

# 香蕉收入保險訂價之研究

楊明憲\*、黃信維\*\*、姚念祖\*\*\*

因應氣候變遷與價格波動，作物收入保險已是近年來各國實施農業保險的新趨勢，我國亦開始規劃香蕉收入保險。然因產量與價格資料有限，恐將影響保險之客觀訂價，故應用機率統計方式，模擬量價資料特性及機率分配，以協助保費精算。本文基於歷史模擬收入損失，反映非齊性 Poisson 過程 (non-homogeneous Poisson process, 簡稱 NHPP) 資料特性，並結合布朗運動產生大量價格及產量資料，分別推估損失頻率與損失幅度，以釐訂純保費。

實證模擬結果顯示：各地因生產條件及產量差異變化，高屏與非高屏地區之各地保費有別，且非高屏地區各地保費的差異性或發散程度較高屏地區為大，反映非高屏地區的產量變異與價格變異程度均較高的情形。此外，不同保障程度之保費差距，並不具比例關係，以 95% 與 90% 保障程度的保費差距，多較其他級距為大，表示大多數的損失均在 10% 以上；而損失在 20% 以上雖發生次數較少，但災損幅度更大，表示 80% 保障程度需要納入承保範圍，以補天災救助之不足。

**關鍵詞：**農業保險、收入保險、Poisson 分配、保險費率

**JEL 分類代號：**Q18

---

\* 逢甲大學國際經營與貿易學系教授，通訊作者。E-mail: andy20161221@gmail.com。

\*\* 逢甲大學應用數學研究所碩士。

\*\*\* 逢甲大學統計與精算研究所碩士。

投稿日期：2021 年 8 月 22 日；第一次修改日期：2021 年 12 月 22 日；接受日期：2021 年 12 月 28 日。

農業經濟叢刊 (Taiwanese Agricultural Economic Review), 27:2(2021), 35-59。

臺灣農村經濟學會出版

## I、前言

香蕉為台灣重要的果樹之一，產地集中分布於中南部地區，種植面積達 16,342 公頃，其中，高屏地區主要生產春夏蕉，每公頃產量較多，非高屏地區則以南投和台中生產的秋冬蕉為主，經由南往北各縣市香蕉產期接力供應，建立全年供應內外銷關係，並為農民帶來長期的收入。

但香蕉生產經常面臨颱風、豪雨、冰雹、低溫寒流等天然災害的威脅，影響蕉農經濟甚鉅。政府雖訂有農業天災救助制度，針對災損超過二成以上予以每公頃 75,000 元之現金救助，惟就整體災損而言，現金救助平均只能填補災損之 27% (楊明憲，2020)，因為沒有農業保險，故其餘大部分損失僅能由農民自行承擔。例如在 2016 年尼伯特颱風及莫蘭蒂颱風相繼來襲，造成花東及高屏各地香蕉災損達 30 億元，但政府僅能提供現金救助八億元，約為災損的 27%。不過，影響蕉農收入的尚不只是天災風險，還有來自市場價格波動的風險，蕉農為避免颱風和寒流天災，並配合外銷市場之消費需求，多將產期調節集中在 2 月和 6 月之間，但產期 2 月至 6 月有高屏地區香蕉產量，6 月至 9 月又有非高屏地區陸續收成，導致香蕉價格有明顯的季節性波動，並在 6、7 月份價格最為低迷。近 20 年來，香蕉種植面積不斷擴大，但外銷卻持續萎縮，致使內銷價格面臨下跌壓力，但因天災頻仍，故價格暴漲暴跌相當不穩定。

蕉農收入即經常在天災與價格波動中交互影響，面臨產量減損與價格下跌之風險，因此，政府即從 2020 年開始實施香蕉收入保險，希望藉此穩定農民收入，彌補天災現金救助之不足。作物收入保險是近年來各國農業保險發展的新趨勢，美加日韓中等國皆積極推動，尤其是美國在 1996 年即開始試辦，實施至今並成為最受農民歡迎的險種 (楊明憲，2016)。由於風險具有多變量性質 (multivariate nature)，並且可能彼此高度依賴，隨著生產技術

進步和產品價格的高度波動，作物保險設計也在不斷變化及面對更加複雜的挑戰（Goodwin, 2015）。

我國由於缺乏個別農民產銷資料，故以官方的農情調查當地的平均產量及產地價格來推算香蕉收入，此為實施香蕉收入保險之限制，目的在於保障平均收入，而非個人收入水平；但因不以個別產銷資料也可避免道德風險的問題，且有鼓勵做好生產管理及提升品質價格的正面意義。此外，香蕉為一年生果樹，因此產量與價格的年資料數量也相當有限，對於認識量價機率分配及計算保費都有所限制，影響保費精算與釐訂。因此，本文研究目的在於以有限的量價資料為基礎，應用幾何布朗運動（geometric Brownian motion，以下簡稱 GBM）進行資料模擬機率分配，並以 NHPP 分析，作為我國香蕉收入保險訂價之依據，以符合公平保費原則與保險財務之平衡，且在方法上對於新的農業保單規劃如何克服所面臨資料限制之問題將有參考價值。

## II、文獻查考

以農民個別量價資料的作物收入保險可能是最佳的保險，然而並非有效的設計（Mahul & Wright, 2003），因其函數所涵蓋的僅是不完全的個別量價資料，而農民的謹慎程度與基差風險（basis risks），則對於最適的理賠將有關鍵的影響。顯然的，若以超越農民個別資料並縮小基差風險，將可改善理賠設計的有效性（Barnett et al., 2005），但也必須防範衍生道德風險（moral hazard）的問題。此外，在保險金額的評價方面，由於農場資料（farm-level data）的總收入並非交易資產，必須以偏微分方程進行保險金額特性之評價，以符合均衡觀點。Stokes, Nayda and English（1997）即曾應用資產評價（asset valuation）和隨機微分（stochastic calculus）的基本範式，建立美國作物收入保險之保險金額評估模型，該文即在假設作物收入呈對數常態分配（lognormally distributed）的情況下提供解決範例，並以各種作物的縣級資

料 (county-level data) 驗證模型的訂價能力。

Porth, Boyd and Pai (2016) 為避免作物保險集中於某些地區之系統性風險，故建立以涵蓋全國各地的作物保險，係運用蒙地卡羅法 (Monte Carlo method) 評估發生損失頻率之 Poisson 過程與模擬損失幅度為伽瑪分配 (Gamma distribution)，再應用模擬退火演算法 (simulated annealing algorithm) 決定風險自留或再保的比率，以使不同作物型態組合之損失覆蓋率 (loss coverage ratio) 的變異數為最小，其中有關資料生成 (data generation) 的方法亦是在保險之保費釐訂及風險分散機制經常被應用。Ma and Ma (2013) 提出類似於 Lee and Yu (2002) 的條件理賠模型 (contingent claim model)，亦是應用複合式 (compound) NHPP 過程，包括損失的期望值計算與幅度模擬的選擇，並預估未來發生損失頻率，以決定巨災債券訂價，而最後數值實驗結果證明金融風險和巨災風險的確將影響巨災債券價格。

GBM 是假設資料在連續時間的隨機變量對數會遵循布朗運動，經常被應用在金融數學與股價預測中。例如黃卉君 (2013) 即曾對文旦價格、成本及損失產量進行 GBM 模擬，並帶入歐式選擇權公式以計算最佳保費。Poisson 過程著重資料的離散性，而幾何布朗運動則強調資料的連續過程，將兩者結合即是成為具有資料離散性與連續性互為獨立特性的複合 Poisson 過程，其在保險研究具有重要性。趙旋佑 (2017) 假設風險中性及損失賠償的發生是服從 NHPP 過程，而每次損失金額的大小則為獨立且分配相同的隨機變數，總體損失即可由複合 Poisson 過程來表示，而對於損失金額多寡則使用數個不同的隨機分布來分析，以建構巨災賣權模型的訂價。實證結果透過這些特徵並進行實際數據分析，印證不同參數將影響對選擇權價格。

### III、香蕉收入保險

基於香蕉收入經常遭受天災與市場波動之影響，政府即規劃從 2020 年

開始實施香蕉收入保險，定位為政策性保險，不以產險公司為保險人，而由農會體系辦理承保、核保與理賠，並有38家基層農會表達辦理意願，涵蓋高雄、屏東、花蓮、台東、嘉義、雲林等縣市鄉鎮市區。

香蕉收入保險為繼釋迦收入保險之後的第二張有關區域收入保障型保單，應用官方的農情調查當地的平均產量及產地價格來推算區域性的香蕉收入，並以過去平均收入水準作為保障農民收入的基準，若實際收入低於此基準收入，則可藉由保險理賠以填補收入減損，以達到保障農民收入之政策目的。

保單內容以理賠並從而導出的保費為核心：

理賠金額=（每公頃基準收入－每公頃實際收入）×投保面積

其中，每公頃基準收入=基準價格×每公頃基準產量×保障程度；基準價格為前五年產地價格奧林匹克平均值；基準產量為前五年每公頃產量奧林匹克平均值；收入保障程度分別為80%、85%、90%、95%，以供農民視其需求與保費負擔能力加以選擇，保障程度不足部分即為自負額。Pham and Zhang（2003）即曾提出基於NHPP以測試保障程度可靠性之軟體模型。此外，每公頃實際收入=當年產地價格×當年每公頃產量。

上述產量資料為當地每公頃產量，價格資料考量市場流通、產期及青蕉特性，區分為高屏地區與非高屏地區之產地平均價格。產地價格係依農糧署價格查報系統而得，採收的香蕉為青蕉，還需要有設施空間經由催熟變為黃蕉，大多數農民選擇在果園直接以青蕉售予販運商的價格，故產地價格具有代表性，與在批發市場由販運商供應的黃蕉價格包括運費及包裝費相當不同。保險期間為每年1月1日至12月31日止，為期一年。承保對象為香蕉栽培面積大於0.1公頃者，且香蕉田間之植株必須高於100公分以上且未抽穗。

香蕉收入保險在2020年開始試辦，投保件數258件，投保面積140.18公頃，投保面積覆蓋率1.69%，共計雲林縣、嘉義縣、高雄市、屏東縣、花蓮縣和屏東縣等六縣市39個基層農會參與承保。為增加農民踴躍投保，除農委會補助保費50%外，各地方政府有不同補助比率，農民負擔10~50%保

費。惟投保率仍偏低，仍有必要在投保資格、保單設計、保費釐訂及理賠條件持續檢討精進，以期達到保障農民收入之政策目標。

## IV、保險訂價模型

依純保費法 (pure premium method)，純保費係以損失頻率與損失幅度相乘而得，再加上附加費用，即可求得保險費。重點是如何定義損失、掌握損失頻率、衡量損失幅度，皆與各地的產量與價格資料特性有關，而且在有限的年資料量下，如何釐訂保險費率以確保保險收支平衡或無盈無虧，實構成不小的挑戰。

因此，首先依上述收入保險的理賠金額定義與過去 20 年之量價資料計算基準收入與實際收入，以進行模擬歷史出險情形，其結果並帶入複合 Poisson 過程，可得事件發生的次數範圍，假設累積發生次數遵循複合 Poisson 過程，將每次發生損失機率帶入 Poisson 過程，即可得發生損失之累計次數；其次，透過觀察歷史損失資料，並以相關的配適度指標，決定 NHPP，將是推估損失頻率的最佳方法；其三，基於過去 20 年歷史資料統計量透過布朗運動產生 1,000 筆價格及產量資料，求得基準價格及產量，並模擬基準收入與實際收入，得出理賠金額，以作為推估損失幅度的方法。最後，即可以推估的損失頻率與損失幅度相乘求出純保費。

### 4.1 複合 Poisson 過程

Poisson 分配為單位時間內隨機事件發生次數的機率分配，適合用於描述天災發生次數。假設在單位時間內發生  $k$  次事件的機率函數為：

$$f(k; \lambda) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \quad (1)$$

$\lambda$  為 Poisson 分配的母體參數，表示發生次數之期望值與變異數，則稱  $k$  為具有參數  $\lambda$  的 Poisson 隨機變數，即  $k \sim P(\lambda)$ 。

假設每次事件發生而造成理賠機率  $X_j$ ，將其加總後可得到連續且可預測的累積分配函數  $L$  為：

$$e^{-\lambda} \sum_{i=0}^k \frac{\lambda^i}{i!} \text{ 或是 } L = \sum_{j=1}^N X_j \quad (2)$$

其中， $N$  是符合 Poisson 分配而產生的理賠次數，而  $N$  與  $X_j$  隨機變量互為獨立。由於 Poisson 參數  $\lambda$  被假定為可預測的跳動值，故將  $\lambda$  帶入 Poisson 過程在時間內計算每一次發生的機率，並將其累積次數加總等於一，即可推導出可能發生事件次數  $N$ ，此為  $N$  在時間內可能發生的潛在事件發生數量的跳動過程，或稱此過程為複合 Poisson 過程（張裕生，1994）。因為農業損失可能產生極端跳躍，與一般保險商品有完整的訂價方法並不相同，故適用複合 Poisson 過程（Aase, 1999）。

## 4.2 推估發生損失次數與頻率

推估損失頻率主要是以歷史資料建立 Poisson 分配，再將參數  $\lambda$  代至複合 Poisson 過程，以得出未來每次發生的機率，並將發生機率累加至一，則可以導出未來發生損失的最大次數，並依上述損失定義以計算總損失。

由於 38 個地方的量價資料不同，為節省篇幅，僅以種植面積最廣的高雄市旗山區代表高屏地區，以及嘉義縣竹崎鄉代表非高屏地區說明分析方法與過程。

依不同保障程度所計算理賠或損失之定義，得知在 2004~2019 年旗山區保障程度 95% 及其餘保障程度發生損失次數各有六次及五次，同期的竹崎鄉在不同保障程度的發生損失次數均為四次。由於各地或不同保障程度在同期內發生損失次數不同，且許多年度並未發生損失情形，各地各年的發生損失次數只有零或一並不固定，故經由校準的 NHPP 過程為較適合的分配；亦

即以正弦 (sin) 或餘弦 (cos) 函數等非固定次數的 NHPP 過程得出  $\lambda$ ，並將  $\lambda$  代入 Poisson 分配，可得出損失事件發生可能的次數範圍。

依文獻指出參數  $\lambda$  有不同估計公式，例如：Ma and Ma (2013) 公式為：

$$\lambda_1 = a + b \sin^2(t+c) + d \exp\left(\frac{2\pi t}{\omega}\right) \quad (3)$$

或是 Burnecki, KuKla and Taylor (2011) 也提出以下公式：

$$\lambda_2 = a + b \times 2\pi \times \sin\{2\pi(t-c)\} \quad (4)$$

但考量上述公式中各係數可能不影響發生頻率，以致無法確切配適災害實際發生的次數，故參考上述公式調整改寫如下式：

$$\lambda_3 = a + b \times \sin\{c \times 2\pi(t-d)\} \quad (5)$$

為判斷上述(3)~(5)式之 Poisson 參數  $\lambda$  何者較佳，故依損失頻率之實際值與預測值之相關指標進行比較，包括平均絕對誤差 (mean absolute error, 簡稱 MAE)、均方根誤差 (root-mean-square error, 簡稱 RMSE)、Theil 係數 (Theil's coefficient, 簡稱 U)、Nash-Sutcliffe 效率係數 (Nash-Sutcliffe coefficient of efficiency, 簡稱 NSE)，以及相似指數 (Index of Agreement, 簡稱 IA) 等指標，指標內容如(6)~(10)式：

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |O_i - P_i| \quad (6)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (O_i - P_i)^2} \quad (7)$$

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (O_i - P_i)^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (O_i)^2 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (P_i)^2}} \quad (8)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^N (O_i - \bar{O})^2} \tag{9}$$

$$LA = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^N (|P_i - \bar{O}| + |O_i - \bar{O}|)^2} \tag{10}$$

其中， $\bar{O}$ 表示評估的整個時間段的平均值， $O_i$ 是實際值， $P_i$ 是預測值， $N$ 是總數。 $MAE$ 、 $RMSE$ 和 $U$ 的較低值有更好的一致性，是因為當 $O_i$ 與 $P_i$ 越相近得到的檢測值越小。相反的， $E$ 和 $IA$ 的較高值有更好的一致性，是因為導入了 $\bar{O}$ 且用一扣除公式總值。基本上， $O_i$ 與 $P_i$ 的差異必須越小越好，才能縮小誤差與得到品質較好的預測模型。

經對各地測試結果，以高屏地區的旗山區與非高屏地區的竹崎鄉代表說明如表 1、表 2 所示，得知均以 $\lambda_3$ 的配適度為最佳，而 $\lambda_1$ 或 $\lambda_2$ 配適度較差的原因是以歷年發生頻率平均值代入 Poisson 分配，造成每次所得預測值都不同，而其公式也無法隨真實頻率發生改變。

表 1 高雄市旗山區損失頻率 Poisson 參數配適

保障程度	NHPP	配適度指標					
		<i>SSE</i>	<i>MAE</i>	<i>RMSE</i>	<i>U</i>	<i>E</i>	<i>IA</i>
95%	$\lambda_1$	3.31	0.44	0.47	0.52	0.01	0.12
	$\lambda_2$	3.33	0.44	0.47	0.52	0.00	0.00
	$\lambda_3$	1.43	0.24	0.31	0.29	0.57	0.85
90%	$\lambda_1$	2.84	0.38	0.44	0.55	0.03	0.27
	$\lambda_2$	2.93	0.39	0.44	0.56	0.00	0.00
	$\lambda_3$	0.89	0.21	0.24	0.25	0.7	0.91
85%	$\lambda_1$	2.84	0.38	0.44	0.55	0.03	0.27
	$\lambda_2$	2.93	0.39	0.44	0.56	0.00	0.00
	$\lambda_3$	0.88	0.21	0.24	0.25	0.70	0.91

表 1 高雄市旗山區損失頻率 Poisson 參數配適 (續前頁)

保障程度	NHPP	配適度指標					
		<i>SSE</i>	<i>MAE</i>	<i>RMSE</i>	<i>U</i>	<i>E</i>	<i>IA</i>
80%	$\lambda_1$	2.84	0.38	0.44	0.55	0.03	0.27
	$\lambda_2$	2.93	0.39	0.44	0.56	0.00	0.00
	$\lambda_3$	0.88	0.21	0.24	0.25	0.70	0.91

資料來源：本研究。

表 2 嘉義縣竹崎鄉損失頻率 Poisson 參數配適

保障程度	NHPP	配適度指標					
		<i>SSE</i>	<i>MAE</i>	<i>RMSE</i>	<i>U</i>	<i>E</i>	<i>IA</i>
95%	$\lambda_1$	2.25	0.30	0.39	0.58	0.06	0.37
	$\lambda_2$	2.40	0.32	0.40	0.62	0.00	0.00
	$\lambda_3$	1.41	0.26	0.31	0.40	0.41	0.76
90%	$\lambda_1$	2.25	0.30	0.39	0.58	0.06	0.37
	$\lambda_2$	2.40	0.32	0.40	0.62	0.00	0.00
	$\lambda_3$	1.41	0.26	0.31	0.39	0.41	0.77
85%	$\lambda_1$	2.25	0.30	0.39	0.58	0.06	0.37
	$\lambda_2$	2.40	0.32	0.40	0.62	0.00	0.00
	$\lambda_3$	1.41	0.26	0.31	0.40	0.41	0.76
80%	$\lambda_1$	2.25	0.30	0.39	0.58	0.06	0.37
	$\lambda_2$	2.40	0.32	0.40	0.62	0.00	0.00
	$\lambda_3$	1.41	0.26	0.31	0.40	0.41	0.76

資料來源：本研究。

### 4.3 推估損失幅度

損失幅度之推估，係依有限的產量與價格資料運用布朗運動 (Brownian motion) 模擬 1,000 筆量價資料，再計算基準收入與模擬收入，即可推估 1,000 筆的損失幅度。Yang, Lu, Lin and Yao (2021) 及黃卉君 (2013) 亦利

用此法突破資料限制的問題。

收入保險因為保障最低收入，保費有如對於收入的賣權定價，依選擇權定價布萊克-舒爾斯模型（Black-Scholes model），公平保費可即為賣權風險中立的預期報酬，實務上，依精算原理，保費應為預期報酬的折現（Yang et al., 2021）。由於收入等於產量乘價格，假設產量或價格資料皆遵循 GBM，即產量及價格資料產生過程如下：

$$Y_T = Y_t e^{(\mu_Y - \frac{\sigma_Y^2}{2})(T-t) + \sigma_Y w_{T-t}^Y} \quad (1)$$

$$P_T = P_t e^{(\mu_P - \frac{\sigma_P^2}{2})(T-t) + \sigma_P w_{T-t}^P} \quad (2)$$

其中， $Y_t$  及  $P_t$  某一時間  $t$  的量價資料， $w_t^Y$  及  $w_t^P$  為維納過程（Wiener process） $\mu_Y$ 、 $\mu_P$  與  $\sigma_Y$ 、 $\sigma_P$  分別為產量與價格資料產生過程的漂移項（drift）及波動性（volatility），因此，結合量價的收入資料產生過程即可寫為：

$$R_T = P_T Y_T = P_t Y_t e^{(\mu_P + \mu_Y - \frac{\sigma_P^2}{2} - \frac{\sigma_Y^2}{2})(T-t) + \sigma_P w_{T-t}^P + \sigma_Y w_{T-t}^Y} \quad (3)$$

其中，在產量與價格的平均數與變異數中即均具有量價相關係數  $\rho$ 。

$$\mu = \mu_P + \mu_Y + \rho \sigma_P \sigma_Y \quad (4)$$

$$\sigma^2 = \sigma_P^2 + \sigma_Y^2 + 2\rho \sigma_P \sigma_Y \quad (5)$$

因受限於各地資料期間，資料始自 2000 年起較為完整，故  $y_t$  為在 2000～2019 年之 20 年期間所形成的產量或價格資料。而基準值係依前五年奧林匹克平均值，故最後納入保費計算為 2005～2019 年期間。基準值計算公式如下：

$$\bar{y}_t = \frac{\left[ \left( \sum_{i=1}^5 y_i \right) - \text{Max}\{y_t, \dots, y_{t+5}\} - \text{Min}\{y_t, \dots, y_{t+5}\} \right]}{3}, t \in [1, 15] \quad (6)$$

$\bar{y}_i$  為基準產量或價格， $\sum_{i=1}^5 y_i$  為前五年模擬資料加總， $Max\{y_1, \dots, y_{t+5}\}$  為前五年模擬資料最大值， $Min\{y_1, \dots, y_{t+5}\}$  為前五年模擬資料最小值。

基準產量與基準價格及保障程度相乘，即為基準收入，以此為基準，再衡量實際收入是否低於基準收入，即可得每公頃損失情形。

故以布朗運動進行 1,000 次，可以得到 1,000 筆 15 年的模擬損失，並從模擬損失抽取為損失幅度。

損失模擬：

$$Max\{\bar{P}_i \times \bar{Q}_i \times b - P_i \times Q_i, 0\} \times A \quad (7)$$

其中， $\bar{P}_i$  為基準價格、 $\bar{Q}_i$  為基準產量、 $b$  為保障程度； $P_i$  為實際價格、 $Q$  為實際產量、 $A$  種植面積。

#### 4.4 保險訂價

保險訂價係由損失頻率與損失幅度相乘所決定，故由上述 NHPP 過程及相關指標所決定的參數  $\lambda$ ，得知損失發生次數範圍及發生機率，再乘以布朗運動所得之模擬損失幅度，接著透過蒙地卡羅法執行 1,000 次損失幅度隨機抽取並平均之，即為預期損失，亦稱為純保費。

$$\text{純保費} = E[P_T^{L_T}] = E\left[\sum_{n=0}^{\Phi(T)=n|\lambda_T} f^{freq}(\Phi(T)=n|\lambda_T) \times (f_{S_n}^{Loss\ dist.}(L|n))\right] \quad (8)$$

其中， $T$  為到期時間點， $\lambda_T$  為到期時間點的 Poisson 參數， $\Phi(T)=n|\lambda_T$  為用 Poisson 參數  $\lambda_T$  所計算到期時間點理賠次數  $n$ ， $f^{freq}(\Phi(T)=n|\lambda_T)$  為用 Poisson 參數  $\lambda_T$  去計算每次發生的機率， $f_{S_n}^{Loss\ dist.}(L|n)$  從損失模擬中抽出的隨機損失幅度。每次發生機率與損失幅度相乘，再取期望值之後可計算出純保費。並依實務考量附加費用與安全係數之後，即可得到保險費。惟附加費用或安全係數愈高，保險費也將等比例提高。

## V、資料與實證分析

### 5.1 資料敘述統計

2020 年開始試辦香蕉收入保險，由各地農會自願參與保險營運，共有高雄市旗山區等 38 處地方納保。各地種植面積多寡差異懸殊，例如高雄市旗山區 1,040 公頃、嘉義縣竹崎鄉 986 公頃，或高雄市燕巢區只有 20 公頃、嘉義縣鹿草鄉兩公頃，但一般地方種植面積以 100~300 公頃居多。

產量及價格資料特性為保險訂價之關鍵，各地在 2000~2019 年期間之產量及價格資料敘述性統計分如表 3 與表 4 所示：高雄市和屏東縣各地的每公頃產量均較非高屏地區的產量為高，主要是春夏蕉與秋冬蕉之產期不同，或謂田蕉與山蕉之差別。每公頃產量最高可達 43,000 公斤，最低只有 4,560 公斤，主要與各地生產條件、專業或粗放種植方式、天災影響有關。若以同一地方而言，產量高低值倍數可達 3.6 倍，例如屏東縣高樹鄉每公頃風調雨順之正常產量為每公頃 30,600 公斤，2009 年莫拉克颱風卻造成直接最低產量 8,500 公斤，或是 2016 年尼伯特颱風及莫蘭蒂颱風相繼造成產量減少至 14,688 公斤，顯見天災對於產量直接減少之衝擊，各地的產量變異係數介於 0.14~0.32。

表 3 產量資料敘述性統計（2000~2019 年期間）

縣市地方	種植面積 (公頃)	最高值 (公斤/ 公頃)	最低值 (公斤/ 公頃)	高低值倍數	標準差	平均值 (公斤/ 公頃)	變異係數
高雄市旗山區	1,040.31	27,000	15,300	1.76	3,693	23,471	0.16
高雄市美濃區	274.59	27,000	15,265	1.77	3,221	22,817	0.14
高雄市內門區	225.99	35,404	16,554	2.14	3,973	23,025	0.17
高雄市田寮區	95.38	23,562	14,240	1.65	3,154	20,167	0.16
高雄市杉林區	151.26	26,280	14,400	1.83	3,506	22,380	0.16
高雄市燕巢區	20.39	27,900	15,313	1.82	3,458	23,389	0.15
高雄市大寮區	99.24	37,800	18,720	2.02	4,691	24,903	0.19

表3 產量資料敘述性統計(2000~2019年期間)(續前頁)

縣市地方	種植面積 (公頃)	最高值 (公斤/ 公頃)	最低值 (公斤/ 公頃)	高低值倍數	標準差	平均值 (公斤/ 公頃)	變異係數
屏東縣高樹鄉	548.37	30,600	8,500	3.60	5,877	25,331	0.23
屏東縣里港鄉	257.66	30,600	8,500	3.60	5,732	25,207	0.23
屏東縣屏東市	125.44	30,600	9,500	3.22	5,398	25,577	0.21
屏東縣萬丹鄉	81.98	30,430	9,500	3.20	4,702	23,995	0.20
屏東縣內埔鄉	443.71	37,400	10,880	3.44	6,552	27,169	0.24
屏東縣竹田鄉	158.55	29,703	9,075	3.27	5,116	25,008	0.20
屏東縣崁頂鄉	59.64	30,600	14,535	2.11	4,526	23,360	0.19
屏東縣新埤鄉	276.47	30,400	8,480	3.58	5,489	24,528	0.22
屏東縣佳冬鄉	122.01	30,600	10,440	2.93	5,370	24,523	0.22
屏東縣枋寮鄉	148.15	30,600	8,500	3.60	6,319	22,306	0.28
嘉義縣梅山鄉	252.26	26,554	12,927	2.05	4,463	20,068	0.22
嘉義縣竹崎鄉	986.36	24,000	12,000	2.00	3,772	18,767	0.20
嘉義縣番路鄉	268.09	23,400	11,250	2.08	4,387	18,135	0.24
嘉義縣中埔鄉	691.79	28,116	14,000	2.01	3,930	21,062	0.19
嘉義縣六腳鄉	15.91	23,400	12,000	1.95	3,250	18,114	0.18
嘉義縣鹿草鄉	2.29	23,400	14,400	1.63	2,854	19,041	0.15
嘉義縣大林鎮	164.50	26,000	12,000	2.17	3,918	19,560	0.20
嘉義縣民雄鄉	53.85	22,500	12,000	1.88	3,210	17,250	0.19
嘉義縣水上鄉	131.42	25,600	14,400	1.78	3,167	21,235	0.15
雲林縣林內鄉	128.20	40,000	16,000	2.50	5,345	21,452	0.25
雲林縣莿桐鄉	92.59	32,400	15,191	2.13	4,013	18,921	0.21
雲林縣斗六市	112.45	43,000	13,000	3.31	7,622	27,234	0.28
雲林縣虎尾鎮	32.25	27,541	13,769	2.00	3,946	22,150	0.18
花蓮縣壽豐鄉	355.24	24,000	12,000	2.00	3,408	18,289	0.19
花蓮縣鳳林鄉	121.97	26,400	8,420	3.14	4,905	17,182	0.29
花蓮縣光復鄉	40.96	21,868	12,160	1.80	2,549	15,708	0.16
花蓮縣瑞穗鄉	31.19	28,800	7,682	3.75	5,213	16,119	0.32
臺東縣臺東市	185.31	40,000	15,000	2.67	7,504	26,951	0.28
臺東縣鹿野鄉	113.58	39,886	15,140	2.63	5,937	26,994	0.22
臺東縣關山鎮	51.65	42,000	15,620	2.69	7,387	26,496	0.28
臺東縣成功鎮	11.83	16,800	4,560	3.68	3,314	11,680	0.28

資料來源：農糧署(2020)，農情調查。

由於農糧署的產地價格查報並非每一香蕉產地皆有，在價格資料限制的情形下，為求資料長期的充分性與代表性，以及考量價格資訊流通與產季差異，故分為高屏與非高屏兩地區，其中，高屏地區係以高雄市旗山區、高雄市美濃區、屏東縣高樹鄉、屏東縣里港鄉為代表，而非高屏地區則以南投縣中寮鄉、南投縣國姓鄉、嘉義縣竹崎鄉、嘉義縣中埔鄉為代表。相對於每公頃產量的變化，價格變動更不穩定，高屏地區與非高屏地區的價格變異係數分別為 0.38 與 0.36，明顯高於產量變化。價格高低值倍數可達 3.75~4.22 倍，表示農民收入不穩定的來源受市場價格波動的影響更大，故更突顯收入保險的重要性。

平均而言，高屏地區的價格較非高屏地區為高，且每公頃產量亦較高，表示高屏地區每公頃收入較非高屏地區為高，表示高屏地區每公頃收入多介於 50~55 萬元之間，而非高屏地區則多介於 35~45 萬元之間。

表 4 價格資料敘述性統計（2000 年~2019 年期間）

縣市地方	最大值 (元/公斤)	最小值 (元/公斤)	高低值倍數	標準差	平均值 (元/公斤)	變異係數
高屏地區	41.91	11.17	3.75	8.64	22.59	0.38
高雄市旗山區	42.78	9.47	4.52	8.79	22.47	0.39
高雄市美濃區	42.73	11.42	3.74	8.65	23.69	0.37
屏東縣高樹鄉	57.10	10.53	5.42	11.13	23.28	0.48
屏東縣里港鄉	35.08	8.30	4.23	7.65	20.90	0.37
非高屏地區	32.92	7.81	4.22	6.96	19.34	0.36
南投縣中寮鄉	47.13	7.81	6.04	10.57	22.78	0.46
南投縣國姓鄉	27.74	7.81	3.55	6.14	18.65	0.33
嘉義縣竹崎鄉	20.33	15.22	1.34	3.61	17.78	0.20
嘉義縣中埔鄉	25.50	6.67	3.82	7.12	16.82	0.42

資料來源：農糧署（2020）。農產品產地價格查報系統。

## 5.2 保費實證分析

經由上述 NHPP 過程與布朗運動所模擬的損失頻率與損失幅度，即可依香蕉收入保險之保單設計（含 10% 附加費用率），計算保費水準。

### 5.2.1 高屏地區

表5為高屏地區各地之香蕉收入保險保費，各地保費高低有別，反映各地生產條件及產量之差異變化，以95%保障程度而言，每公頃保費多介於3.5萬~4.5萬元之間。屏東縣枋寮鄉的保費最高達50,857元，高雄市田寮區最低為33,098元，對照表3的產量變異係數也是最大或最小，即可理解保費高低與生產風險有關；高雄市各地的保費多低於屏東縣，也與生產風險有關，即高雄市的產量變異係數較低。

表5 高屏地區各地之香蕉收入保險保費（單位：元/公頃）

縣市地方	保障程度			
	95%	90%	85%	80%
高雄市旗山區	36,327	27,652	24,095	21,846
高雄市美濃區	35,541	30,298	24,565	20,388
高雄市內門區	33,116	28,621	21,258	20,148
高雄市田寮區	33,098	28,362	25,075	19,630
高雄市杉林區	36,135	27,388	22,494	19,616
高雄市燕巢區	37,785	32,561	29,209	24,629
高雄市大寮區	37,458	31,842	26,974	26,240
屏東縣高樹鄉	46,038	39,313	33,809	28,528
屏東縣里港鄉	45,455	38,701	33,783	29,770
屏東縣屏東市	44,959	38,845	33,561	29,630
屏東縣萬丹鄉	39,858	33,584	29,249	25,116
屏東縣內埔鄉	45,229	38,477	32,868	22,976
屏東縣竹田鄉	43,130	36,883	31,013	22,832
屏東縣崁頂鄉	41,540	35,593	30,985	17,910
屏東縣新埤鄉	44,189	36,212	31,974	27,987
屏東縣佳冬鄉	44,291	36,921	32,942	30,128
屏東縣枋寮鄉	50,857	41,184	36,213	21,044

資料來源：本文計算。

其次，保障程度愈高者保費愈貴，此即保障程度愈高的基準收入與實際收入差距愈遠，故損失或理賠金額即愈多，反映在公平保費的計算即愈高。由於不是百分百的保障，保障程度與 100%之差距即為自負額，即保障程度愈高，代表自負額愈低，故保費也愈貴。農民若是趨避風險的態度，則可以選擇保障程度較高的來投保，保費雖較貴，但因有中央及地方政府的補助，故可兼顧提高保障程度與減輕農民負擔之需求。

不同保障程度與保費並非比例關係，而是反映出險的損失頻率與損失幅度，95%與 90%保障程度的保費差距，多較其他級距為大，表示大多數的損失均在 10%以上，而損失在 20%以上也普遍都有，故 80%保障程度仍有保費。若依我國天災救助辦法而言，災損在兩成以內即無法獲得現金救助，相對即突顯收入保險的重要性，可以使香蕉收入保障至95%。

### 5.2.2 非高屏地區

表 6 為非高屏地區各地之香蕉收入保險保費，各地保費高低有別，反映各地生產條件及產量之差異變化，以 95%保障程度而言，每公頃保費多介於 3.1 萬~5.5 萬元之間。顯然的，各地保費的差異性或發散程度較高屏地區為大，反映非高屏地區的產量變異與價格變異程度均較高的情形。雲林縣林內鄉的保費最高達 56,985 元，臺東縣成功鎮最低為 22,748 元，即為兩個極端，林內鄉的產量最高值與平均值差距最大，此現象也應證在臺東縣各地（成功鎮除外），代表落差很大，需要理賠愈多，保費也愈高。另外，臺東縣成功鎮是較特殊情形，經瞭解多為粗放經營，產量偏低，且產量最高與平均差異較小，故保費最便宜。

同樣的，95%與 90%保障程度的保費差距，多較其他級距為大，表示大多數的損失均在 10%以上，但損失在 20%以上雖發生次數較少，但災損幅度更大，表示 80%保障程度需要納入承保範圍，以補天災救助之不足。

表 6 非高屏地區各地之香蕉收入保險保費(單位:元/公頃)

縣市地方	保障程度			
	95%	90%	85%	80%
嘉義縣梅山鄉	40,076	36,143	32,151	30,556
嘉義縣竹崎鄉	36,242	31,379	28,306	25,845
嘉義縣番路鄉	31,081	25,683	19,450	18,092
嘉義縣中埔鄉	40,477	34,723	32,576	29,866
嘉義縣六腳鄉	50,023	44,542	39,940	36,385
嘉義縣鹿草鄉	34,338	29,753	26,955	24,754
嘉義縣大林鎮	40,448	34,380	30,968	25,220
嘉義縣民雄鄉	27,122	24,029	21,757	20,636
嘉義縣水上鄉	37,485	32,941	29,684	26,804
台南市左鎮區	34,153	26,905	23,696	21,238
雲林縣林內鄉	56,985	50,164	44,923	37,319
雲林縣莿桐鄉	32,748	28,845	26,232	24,579
雲林縣斗六市	56,761	51,104	44,436	40,791
雲林縣虎尾鎮	42,493	38,842	35,418	32,846
花蓮縣壽豐鄉	34,407	26,001	22,796	20,457
花蓮縣鳳林鄉	38,064	32,342	29,457	26,826
花蓮縣光復鄉	27,226	23,769	21,325	19,027
花蓮縣瑞穗鄉	31,096	26,822	23,733	20,493
臺東縣臺東市	52,216	46,121	42,405	39,937
臺東縣鹿野鄉	54,556	42,877	37,869	33,957
臺東縣關山鎮	50,212	41,149	37,785	36,378
臺東縣成功鎮	22,748	19,968	17,808	16,793

資料來源：本文計算。

基本上，各地不同保障程度之保費差距，若均為高屏或非高屏地區，則純粹為各地不同生產條件及發生天災經驗不同所致；若比較高屏與非高屏地區，則尚必須考量價格變化。若依各地不同保障程度由高至低而言，其上下保障程度的保費差距有隨之收斂的現象，表示發生損失的機率已愈來愈低。

## VI、結論與研究限制

### 5.1 結論

農業收入保險是近來農業保險之新趨勢，可以對抗天災或市場波動所造成收入之影響。有感於香蕉災損慘重及價格低迷，我國也在 2019 年開始規劃香蕉收入保險。然而產量及價格資料有限，恐將影響保費釐訂，因此需要以機率理論針對資料特性生成更多模擬資料，結合收入保險設計，即可計算更客觀的保費。本文於是應用 GBM 進行資料模擬機率分配，並以 NHPP 過程分析，作為我國香蕉收入保險訂價之依據，以符合公平保費原則，並有助於解決資料限制之問題。

保險訂價係由損失頻率與損失幅度相乘所決定，故由正弦或餘弦函數等來校準 NHPP 過程及相關指標所決定的參數  $\lambda$ ，得知損失發生次數範圍及發生機率，再乘以布朗運動所得之模擬損失幅度，接著透過蒙地卡羅法執行 1,000 次損失幅度隨機抽取並平均之，即為預期損失，並作為釐訂保費之依據。

經由實證模擬可知：香蕉收入保險各地保費高低有別，反映各地生產條件及產量之差異變化，以 95% 保障程度而言，高屏地區每公頃保費多介於 3.5 萬~4.5 萬元之間，非高屏地區每公頃保費多介於 3.1 萬~5.5 萬元之間。顯然的，各地保費的差異性或發散程度較高屏地區為大，反映非高屏地區的產量變異與價格變異程度均較高的情形。此外，95% 與 90% 保障程度的保費差距，多較其他級距為大，表示大多數的損失均在 10% 以上，若依我國天災救助辦法而言，災損在兩成以內即無法獲得現金救助，相對即突顯收入保險的重要性，可以使香蕉收入保障至 95%；由於高屏或非高屏地區均有發生損失在 20% 以上情形，表示 80% 保障程度的設計有其必要。

保障程度愈高者保費愈貴，由於不是百分百的保障，保障程度與 100% 之差距即為自負額，即保障程度愈高，代表自負額愈低，故保費也愈貴。農

民若是趨避風險的態度，則可以選擇保障程度較高的來投保，保費雖較貴，但因有政府的補助，例如農委會補助 50%，而各縣市政府則視財力也加碼補貼 5%~40%，故農民實際上僅負擔 10%~45% 保費。如此，可兼顧提高保障程度與減輕農民負擔之需求。

## 5.2 研究限制

由於作物收入保險已在國內外形成新的農業保險趨勢，本文雖以香蕉為研究對象，但資料限制的問題也必然出現在其他作物，故本文所提出研究方法有助於克服其他作物資料限制問題。農民因保費負擔過重而影響投保意願，雖有中央及地方政府補助保費，但補助保費卻沒有考量保障程度的差異性，美國作物保險機制，即針對保障程度愈低的補助保費比例愈高，可使農民面臨保障程度較低時的巨災發生時因願意投保而獲得更好的保障。

香蕉收入保險因定位為政策性保險，與商業保險公司營利動機不同，本文係依公平保費原理釐訂保費，並酌收 10% 附加費用率，與民間獲利及附加費用率至少 22% 以上大不相同。惟商業保險公司在應用本研究方法時，調整毛利率及附加費用率即可。

本文的研究限制在於資料有限，過去歷史期間僅能提供 20 年資料，且各鄉鎮地區產量都只有平均值，不能反映每位農民集約或粗放之實際經營情形，且產地價格查報也非每一鄉鎮皆有，故以較廣地區代表平均價格，此即保險所謂基差風險問題 (Barnett et al., 2005)。本文雖以統計方法依資料特性與機率分配釐訂保費，突破資料限制問題，但對於基差風險問題，建議仍宜從精進農情調查之抽樣設計與改進複核機制著手。

由於本文係以地區資料為模擬分析基礎，並非個別農民產量或收入資料，故無法就個別農民收入與地區平均收入之相關性加以探討。未來若有農民參與專區契作，則可獲致個別資料，當更有助於釐清上述基差風險。

不過，也不一定都要以消除差基風險為終極目標，因也可能發生道德風

險的問題，美國在 2014 年建立新設區域風險保障概念，即新增區域收入風險保障保險（area risk protection insurance），取代原有的集團風險計畫（group risk plan）和集團風險收入保護計畫（group risk income protection plan）；同時，增加區域收入保障保險（area revenue protection）、區域收入保險－可用收穫價格計算（area revenue protection-harvest price，簡稱 ARP-HPE）和區域產量保險（area yield protection），是故如何在差基風險與道德風險兩者之間取得平衡，有待後續研究。

## 參考文獻

- 張裕生 (1994)。非週期性強度函數之非均齊性卜松點過程的最大概似估計入院人次 (碩士論文)。東海大學應用統計研究所，臺中市。
- 黃卉君 (2013)。以選擇權理論訂價農作物收益保險 (碩士論文)。國立高雄第一科技大學風險管理與保險研究所，高雄市。
- 楊明憲 (2016)。自由化下農業收入保險示範研究 (105 農科-5.1.1-企-Q1)。臺北市：行政院農業委員會。
- 楊明憲 (2020)。農業收入保障前瞻策略規劃研究 (109 農科-5.1.1-企-Q2)。臺北市：行政院農業委員會。
- 趙旋佑 (2017)。應用跳躍損失過程評價巨災風險衍生性金融商品 (碩士論文)。東海大學應用統計研究所，臺中市。
- Aase, K. (1999). An equilibrium model of catastrophe insurance futures and spreads. *The geneva papers on risk and insurance theory*, 24(1), 69-96.
- Barnett, B. J., Black, J. R., Hu, Y., & Skees, J. R. (2005). Is area yield insurance competitive with farm yield insurance?. *Journal of Agricultural and Resource Economics*, 285-301.
- Burnecki, K., Kukla, G., & Taylor, D. (2011). Pricing of catastrophe bonds. *Statistical Tools for Finance and Insurance*, 2, 371-391.
- Goodwin, B. K. (2015). Challenges in the design of crop revenue insurance. *Agricultural Finance Review*, 75(1), 19-30.
- Lee, J. P., & Yu, M. T. (2002). Pricing default-risky CAT bonds with moral hazard and basis risk. *Journal of Risk and Insurance*, 25-44.
- Ma, Z. G., & Ma, C. Q. (2013). Pricing catastrophe risk bonds: A mixed approximation method. *Insurance: Mathematics and Economics*, 52(2), 243-254.
- Mahul, O., & Wright, B. D. (2003). Designing optimal crop revenue insurance. *American Journal of Agricultural Economics*, 85(3), 580-589.
- Pham, H., & Zhang, X. (2003). NHPP software reliability and cost models with testing coverage. *European Journal of Operational Research*, 145(2), 443-454.

- Porth, L., Boyd, M., & Pai, J. (2016). Reducing risk through pooling and selective reinsurance using simulated annealing: An example from crop insurance. *The Geneva Risk and Insurance Review*, 41(2), 163-191.
- Stokes, J. R., Nayda, W. I., & English, B. C. (1997). The pricing of revenue assurance. *American Journal of Agricultural Economics*, 79(2), 439-451.
- Yang, M. H., Lu, R., Lin, M., & Yao, N. Z. (2021). Pricing the revenue insurance of sugar apple and banana in Taiwan: An actuarial approach. *International Journal of Food and Agricultural Economics*, 9(2), 109-127.

# The Pricing of Banana Revenue Insurance in Taiwan

Min-Hsien Yang<sup>\*</sup>, Shin-Wei Hwang<sup>\*\*</sup>, Nian-Zu Yao<sup>\*\*\*</sup>

*In response to climate change and price fluctuations, crop revenue insurance has been a new trend in the implementation of agricultural insurance in various countries in recent years. Taiwan has also begun to plan banana revenue insurance. However, due to limited production and price data, it may affect the objective pricing of insurance. Therefore, probability statistics methods are used to simulate the characteristics of yield and price data and probability distribution to assist in the actuarial calculation of insurance premiums. Based on historical simulation of revenue loss, this paper reflects the characteristics of non-homogeneous Poisson process data, and combines Brownian motion to generate a large amount of price and yield data to estimate the frequency of loss and the extent of loss respectively to determine the pure premium.*

*The empirical simulation results show that due to changes in production conditions and yield, the premiums of Kaohsiung-Pingtung and non-Kaohsiung-Pingtung regions are different, and the difference or divergence of premiums between regions in non-Kaohsiung-Pingtung regions is greater in Kaohsiung-Pingtung regions, reflecting in non-Kaohsiung-Pingtung regions both the yield variability and the price fluctuation are relatively high.*

---

\* Corresponding author. Professor, Department of International Business, Feng Chia University. E-mail: andy20161221@gmail.com.

\*\* Master, Department of Applied Mathematics, Feng Chia University.

\*\*\* Master, Department of Statistics and Actuarial Science, Feng Chia University.

*In addition, the difference in premiums between different protection levels is not proportional. The difference between 95% and 90% protection levels is usually larger than other levels, which means that most of the losses are more than 10%. Although the occurrences in losses more than 20% are less frequent, the disaster losses are greater, which means that 80% of the coverage needs to be included to make up for the less compensation of natural disaster relief.*

**Keywords:** *agricultural insurance, revenue insurance, Poisson distribution, insurance premium*

**JEL Classification:** Q18

