學習機能考量下之適應性加速調整行爲

陸怡蕙、范光中*

無論是靜態或動態的對偶理論，在進行實證分析時，函數型態的選擇扮演著相當重要的角色。早期關於投資行為的研究多以適應性加速（flexible accelerator）的資本調整方式來探討廠商對資本投入的需求，而應用動態對偶理論的實證文獻除了對於價值函數做了過於缺乏彈性的設定，其中之適應性加速調整更隱含準固定要素以固定速度調整至其長期均衡的水準，這兩個設定均與理論文獻中所得的結果不相符合。本文以范光中與陸怡蕙(2003)之理論模型為基礎，討論非靜態預期與學習機能考量下的適應性加速調整行為，結果發現，在學習機能的考量下，對價值函數的函數型式做較為缺乏彈性的設定是必要的；但準固定要素的調整速度則並非固定不變，廠商對未知資本價格的認知與考慮新增訊息以修正其對參數的估計均將影響準固定要素的調整速度。

關鍵詞：學習機能、應用動態分析、適應性加速調整

* 陸怡蕙為聯絡作者以及國立清華大學經濟學系教授，地址：新竹市 30041 光復路二段 101 號。電話：(03)5742733；E-mail：yhluh@mx.nthu.edu.tw，范光中為國立成功大學經濟學系暨政治經濟學研究所助理教授。

農業經濟叢刊（Taiwanese Agricultural Economic Review），9:2（2004），61-78。
臺灣農村經濟學會出版

I、前　言

對偶理論過去在經濟學的各個領域中一直扮演著相當重要的角色，諸如效用函數與間接效用函數、生產函數與成本函數、以及生產函數與利潤函數之間的對偶關係，在理論與實證分析的應用上都有著顯著的重要性。以生產理論為例，生產函數是生產者決策的主要依據，但生產函數卻也是最難直接觀察到的。通常研究者所能取得的觀察資料在實物投入與產出關係的分析上多半不十分精確。此外，在成本極小或利潤極大的行為假設之下，透過生產函數推估要素需求函數時必須設定特定的函數型態，因此，函數設定不夠一般化亦成為利用生產函數進行實證應用的另一項主要限制。對偶理論分析可以在生產函數未知的前提下，以利潤函數（或成本函數）透過 Hotelling's 引理（或 Shephard's 引理）直接推導出最適要素需求函數，而對偶關係的建立就亦可保證當利潤函數（或成本函數）滿足某些控制條件時，對應於該函數存在唯一的(unique)生產函數。

在靜態價格預期的假設下，McLaren and Cooper (1980)與 Epstein (1981)建立了跨期問題中的間接目標函數，即所謂的價值函數(value function)，以及價值函數與生產函數之間的對偶關係，並藉此提出了一個跨期的 Hotelling 輔助定理。動態對偶與靜態對偶理論的最大差異在於，動態對偶理論必須透過對三階條件的討論方能對價值函數做一完整的刻劃。其原因主要在於最適產出是價值函數與其對資本存量的一階導數所形成的一次方程式，而一般對生產函數的討論多半包括其一階與二階性質，因此在討論最適生產函數的二階條件時必須討論價值函數的三階條件。

McLaren and Cooper (1980)與 Epstein (1981)提出的動態對偶理論現今已成為分析廠商生產行為與產業相關研究的主要工具，但靜態價格預期卻往往被學界質疑，並且成為其在實證應用時的主要限制。關於靜態價格預期的合

理性，過去在相關文獻中曾有一些討論。例如 Chambers and Lopez (1984)就曾提出當生產因素與產品可儲存且儲存成本極低時，價格將傾向維持在當期水準。在這種情形下，靜態價格預期將會是一種合理的預期行為。但由於靜態價格預期是非靜態價格的一種特例，因此以非靜態價格預期作為模型分析的基本假設可以使模型更具一般性。此外，假設廠商預期產品價格、要素價格與折現率等變數都維持在當期的水準，雖然可以有效的簡化模型，但卻無法掌握預期心理對廠商決策所可能造成的影響。一般而言，廠商將會依據各方面的訊息去猜測未來價格的變化，而在這種情形下，假設廠商預期未來價格維持在當期的水準並不十分合理。

鑑於動態對偶模型忽略了非靜態價格預期對廠商決策行為的影響，Morrison (1985)從調整產能的時點來討論非靜態價格預期在決策過程中所扮演的角色。其他的相關研究則嘗試以不同的價格預期形式來進行修正。Cagan (1956)與 Nerlove (1958)的適應性預期 (adaptive expectation) 假設廠商以上一期預測誤差的某一個比例來修正預期，但這種知錯漸改的預期行為在分析上無法適當的反映預期修正的效果。Muth (1961)的理性預期是在相關的經濟理論下，運用所有有用的訊息來進行對未知變數的估計，因此，即使無法預知未來的價格，但是平均而言廠商仍會猜中真正的價格。Epstein and Danny (1983)與 Luh and Stefanou (1996)即是在此預期架構下分析廠商跨期成本極小化或跨期利潤極大化的行為，不過，雖然二者成功的在動態對偶的模型架構下納入非靜態價格預期，但並未對廠商如何形成理性預期以及對偶關係賴以建立的條件如何修正進行討論。

考慮最小平方學習機能對未知參數估計值可收斂至理性預期值的特性（見 Bray, 1982; Marcet and Sargent, 1989a; Marcet and Sargent, 1989b），范光中與陸怡蕙(2003)將學習機能引入廠商的動態生產理論中，重新建構生產函數與價值函數之間的對偶關係。該文除了假設廠商非靜態價格預期的形成，同時也假設廠商可以經由最小平方估計式估計出描述價格變動法則的參數

值。最小平方學習機能不僅說明理性預期並不是一種隨意的假設，而是經濟個體經由學習之後可能達到的一種均衡，並為理性預期的形成與以之為基礎所進行的應用研究提供了理論的支撐。

應用動態的對偶理論進行實證分析時，須先選擇與理論一致的函數型態。雖然我們很難找到任何一種函數型態可以完整而具體的表現出生產、利潤與消費等經濟分析所欲描述的現象，但某一函數型態的抽象化假設卻有助於適切的掌握經濟行為的某些特質，因此對於分析廠商的要素雇用有相當大的幫助。就廠商對準固定投入的需求而言，早期關於投資行為的研究大多是以適應性加速（flexible accelerator）的資本調整方式來探討廠商對資本投入的需求（如 Jorgenson, 1963），學界對這種調整行為的詬病是此一設定流於隨意(ad hoc)而缺乏理論的基礎。有鑑於此，Eisner and Strotz (1963)與 Lucas (1967)便提出調整成本的理論來佐證適應性加速調整的行為—當廠商必須為快速調整付出額外的成本時，準固定要素會如適應性加速調整所預測的，漸次的調整至其長期均衡水準。Eisner and Strotz (1963)並指出在適切的函數型式下，一個追求跨期利潤現值總和極大的廠商將會以適應性加速調整的方式來調整準固定要素的存量水準。此後，隱含適應性加速調整行為的函數型態即在動態理論的實證研究上受到廣泛的應用與討論。

在動態對偶理論的實證研究中，價值函數的形式可大致分為三種，其中包括一般化的 Leontief 函數(Vasavada and Chambers, 1982; Howard and Shumway, 1988; Luh and Stefanou, 1993; Luh, 1995)，標準化的二次函數(Vasavada and Chambers, 1986; Lopez, 1980; Vasavada and Ball, 1988; Howard and Shumway, 1989)，與對數二次函數(Taylor and Monson, 1985)。這三種函數型態雖然都符合 Epstein (1981)中所討論的隱含適應性加速調整的函數型態所需滿足的條件（價值函數對期初資本水準以及資本租用價格的二階導數，V_{KC}，必須是除資本租用價格以外任意外在價格參數的函數），但均由於限制 V_{KC} 是一常數而做了過於缺乏彈性的設定。

此外，Epstein (1981)亦指出，早期有關適應性加速調整的實證文獻多假設準固定要素以固定速度調整至其長期均衡水準，這個設定亦與理論文獻中所得的結果不相符合。根據 Epstein (1981)的推論，在靜態價格預期的架構下，與適應性加速調整一致的調整係數並非一常數，而會隨著外在價格參數的改變而有所不同，也就是說，在不同時點，我們應該會觀察到準固定要素以不同的速度調整至長期均衡的水準。

本文以范光中與陸怡蕙(2003)之理論模型為基礎，討論非靜態預期與學習機能考量下的適應性加速調整行為。范光中與陸怡蕙(2003)中雖以廠商逐漸學習成為理性預期的機能作為廠商行為的基礎，重新建構價值函數與生產函數的對偶關係，但由於該文並未對在實證分析時扮演重要角色的函數型態做進一步的討論，因此，本文將分析重點放在學習機能考量下隱含適應性加速調整的價值函數型態，而本文的主要目的並非尋找另一種價值函數，而是在最小平方學會機能的架構下重新檢視與適應性加速調整一致的價值函數應符合何種設定的條件，並與文獻中的主要結果進行比較。全文架構為本節的前言，第二節考量學習機能的動態生產模型，第三節隱含適應性加速調整的函數設定，第四節的實證模型設定，以及最後一節的結論。

II、考量學習機能的動態生產模型

跨期模型中，廠商在資本累積與描述產品與要素價格變動路徑的限制下，尋求最適生產投資計畫以平衡各期的生產，進而求得計劃週期內總利潤期望值的極大。若我們進一步假設廠商能夠察覺到要素價格(W 與 C)與產品價格(P)的變動結構，但價格變動法則的相關參數α_P、α_W與α_C對廠商而言是未知數，則基於這樣的假設，廠商將以其對價格變動法則的估計值$\hat{\alpha}_P$、$\hat{\alpha}_W$與$\hat{\alpha}_C$作為決策的依據，因此在分析廠商決策行為之前，必須先對這些參數的估計方式加以討論。

根據 Marcet and Sargent (1989a) 的模型，廠商對參數變化路徑的認知係建立在下列系統上：

$$\hat{\alpha}_{X,t} = \hat{\alpha}_{X,t-1} + (1/t)M_{t-1}^{-1}\left[X(t-1) - \hat{\alpha}_{X,t}\right] \tag{1a}$$

$$M_t = M_{t-1} + (1/t)\left[1 - M_{t-1}\right],\ M_0 = 1 \tag{1b}$$

其中，$\hat{\alpha}_{X,t}$ 代表廠商對描述各價格變數 $(X = P, W, C)$ 變動路徑的參數的估計值，M_t 則為根據前期觀察值所形成的最小平方估計式。Marcet and Sargent (1989a) 並且引用 Ljung (1977) 的定理證明，只要時間夠長，就可以用一組常微分方程式所產生的軌跡來逼近一組差分方程式所產生的軌跡，亦即在適切的條件之下，透過最小平方學習機能對參數的估計最終必能收斂至理性預期值，而廠商利用迭代流程以下面的微分方程式估計出價格參數的變化過程：

$$\frac{d\beta}{dt} = \begin{bmatrix} d\hat{\alpha}_P(t)/dt \\ d\hat{\alpha}_W(t)/dt \\ d\hat{\alpha}_C(t)/dt \end{bmatrix} = M^{-1}\begin{bmatrix} T(\hat{\alpha}_P(t)) - \hat{\alpha}_P(t) \\ T(\hat{\alpha}_W(t)) - \hat{\alpha}_W(t) \\ T(\hat{\alpha}_C(t)) - \hat{\alpha}_C(t) \end{bmatrix} = M^{-1}\left[T(\beta) - \beta\right] \tag{2}$$

上式中之 $T(\beta)$ 為參數變動的真實路徑向量。在最小平方學習機能下，廠商不僅可以估計所有價格變數的路徑，同時，其追求最大利潤的行為也將受其對所有相關參數變化路徑的估計所影響。

假設在 t_0 時廠商的資本存量、產品價格、要素價格與對價格參數的預期分別為 k、p、w、c 與 β。當廠商以最小平方學習機能估計價格參數時，廠商追求自時點 t_0 起最佳決策所獲得的最大利潤可以定義為收益函數：

$$J(k, p, w, c, \beta^T, t_0) = \max_{L(t), I(t)} \int_{t_0}^{\infty} e^{-rt}\left[P(t)F(L(t), K(t), I(t)) - W(t)L(t) - C(t)K(t)\right]dt,$$

$$
\begin{aligned}
\text{s.t.}\quad & \dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t)\,, K(t_0) = k \\
& \dot{P}(t) = Q_P\left(P(t);\hat{\alpha}_P\right), P(t_0) = p \\
& \dot{W}(t) = Q_W\left(W(t);\hat{\alpha}_W\right), W(t_0) = w \\
& \dot{C}(t) = Q_C\left(C(t);\hat{\alpha}_C\right), C(t_0) = c \\
& \frac{d\beta}{dt} = \quad {}^{-1}\left[T(\beta) - \beta\right],\ \ \beta(t_0) = \beta \\
& (K, P, W, C, \beta) \in \Theta, \forall t
\end{aligned}
\tag{3}
$$

其中函數 $Q_X(\cdot)$ 代表廠商對各價格變數的預期。在此定義集合 $\Theta(K) \equiv [(P, W, C, \beta^T) | (K, P, W, C, \beta^T) \in \Theta]$，假設對任意的資本存量水準 K 而言，$\Phi(K)$為空集合若且唯若$\Theta(K)$為空集合，其中$\Phi(K)$與$\Theta(K)$均為緊緻集合 (compact set)。現值價值函數$V(K, P, W, C, \beta^T)$所對應的 Hamilton-Jacobi 方程式則可表示為

$$
\begin{aligned}
& rV(K, P, W, C, \beta^T) \\
& = \max_{L,I}\left[PF(L(t), K(t), I(t)) - WL(t) - CK(t)\right. \\
& \qquad \left. + V_K\dot{K} + V_P\dot{P} + V_W\dot{W} + V_C\dot{C} + V_\beta^T\dot{\beta}\right]
\end{aligned}
\tag{4}
$$

根據范光中與陸怡蕙(2003)之定理一與定理二，在建立生產函數與價值函數之間的對偶關係後，若價值函數符合下列性質；

V.1　$V(\cdot)$為定義在Θ上的一個有界實質函數。V、V_K、V_P、V_W、V_C與V_β在Θ上均為二次可微分函數；

V.2　(i)　$(r+\delta)V_K + C - V_{KK}(\tilde{I} - \delta K) - V_{PK}\dot{P} - V_{WK}\dot{W} - V_{CK}\dot{C} - V_{\beta K}^T\dot{\beta} > 0$，

(ii)　$V_K > 0$；

V.3　對任意$(K(t), P(t), W(t), C(t), \beta(t)^T) \in \Theta$，$\tilde{y} \geq 0$。對任意的一個使集合$\Theta(K)$非空的資本存量 K，都存在函數$\tilde{L}(K, P, W, C, \beta^T)$與$\tilde{I}(K, P, W, C, \beta^T)$使得$(\tilde{L}(\cdot), K, \tilde{I}(\cdot))$將集合$\Theta(K)$一對一地對應至$\Phi(K)$；

V.4　由資本調整過程 $\dot{K}=\tilde{I}\left(K,P,W,C,\beta^{T}\right)-\delta K$ 與 $K(t)=K$，$\left(K,P,W,C,\beta^{T}\right)\in\Theta$ 所得到的各期資本存量 $K(\tau)$ 都符合 $\left(K(\tau),P(\tau),W(\tau),C(\tau),\beta(\tau)^{T}\right)\in\Theta$，且資本存量會收斂至其穩定狀態 $\overline{K}$；

V.5　對任一 $\left(K(t),P(t),W(t),C(t),\beta(t)^{T}\right)\in\Theta$，若勞動投入與資本投入函數分別為 $\tilde{L}\left(K(t),P'(t),W'(t),C'(t),\beta'(t)^{T}\right)$ 與 $\tilde{I}\left(K(t),P'(t),W'(t),C'(t),\beta'(t)^{T}\right)$ 時，$\left(P'(t),\ W'(t),C'(t),\beta'(t)^{T}\right)$為跨期利潤現值極大化問題的唯一解；

V.6　定義矩陣 **S** 與 **T** 分別為

$$S\equiv\begin{bmatrix} I_P & I_W & I_C & I_\beta \\ L_P & L_W & L_C & L_\beta \end{bmatrix},T\equiv\begin{bmatrix} -P^{-2}W & P^{-1} & 0 & 0 \\ P^{-2}V_K-P^{-1}V_{KP} & P^{-1}V_{KW} & P^{-1}V_{KC} & P^{-1}V_{K\beta} \end{bmatrix},$$

矩陣 S 的右反矩陣存在，記為 S^R，且矩陣 $T\cdot S^R$ 可逆；

即可利用所謂的跨期 Hotelling 輔助定理推導最適勞動需求函數 $(\tilde{L})$ 與最適投資需求 $(\tilde{I})$ 函數，分別為

$$\tilde{L}\left(K(t),P(t),W(t),C(t),\beta(t)^{T}\right)$$
$$=\left(\frac{\partial\dot{W}(t)}{\partial W(t)}-r\right)V_W+V_{KW}\dot{K}+V_{PW}\dot{P}+V_{WW}\dot{W}+V_{CW}\dot{C}+V_{BW}^{T}\dot{\beta}+V_{\beta}^{T}\frac{\partial\dot{\beta}}{\partial W(t)} \tag{5}$$

$$\tilde{I}\left(K(t),P(t),W(t),C(t),\beta(t)^{T}\right)$$
$$=V_{KC}^{-1}\left[\left(r-\frac{\partial\dot{C}(t)}{\partial C(t)}\right)V_C-V_{PC}\dot{P}-V_{WC}\dot{W}-V_{CC}\dot{C}-V_{BC}^{T}\dot{\beta}-V_{\beta}^{T}\frac{\partial\dot{\beta}}{\partial C(t)}+K\right]+\delta K \tag{6}$$

III、隱含適應性加速調整的函數型態

以下命題說明在學習機能的考量下，與適應性加速調整一致的函數形式必須滿足 $V_{KC}=-H^{-1}$ 且 H^{-1} 為一常數矩陣的條件。

命題 1 若價值函數 $V(\cdot)$ 具性質 V.1-V.6，則當 $\dfrac{\partial \dot{C}(t)}{\partial C(t)} - r < 0$，下列兩敘述等價：

(a) $$\dot{K}\left(K(t), P(t), W(t), C(t), \beta(t)\right) = \left[r - \frac{\partial \dot{C}}{\partial C} - H\left(1 - V_{\beta K}^{T} \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial C(t)}\right)\right]\left(K(t) - \overline{K}\right)$$

其中 H 為一常數矩陣，$\overline{K}$ 為穩定狀態(steady state)下的資本存量；

(b) $$V\left(K(t), P(t), W(t), C(t), \beta(t)\right) = \phi\left(K(t), P(t), W(t), \beta(t)\right) + \varphi_1\left(P(t), C(t)\right)$$

$$+ \varphi_2\left(W(t), C(t)\right) + \varphi_3\left(\beta(t), C(t)\right) - C(t) H^{-1} K(t)。$$

證明

(a) $\Rightarrow$ (b)

由(6)式，

$$\dot{K} = V_{KC}^{-1}\left[\left(r - \frac{\partial \dot{C}(t)}{\partial C(t)}\right)V_C - V_{PC}\dot{P} - V_{WC}\dot{W} - V_{CC}\dot{C} - V_{\beta C}^{T}\dot{\beta} - V_{\beta}^{T}\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial C(t)} + K\right] \tag{7}$$

上式乘上 V_{KC} 且對 K 微分並略作整理可得

$$V_{KCK}\dot{K} + V_{KC}\dot{K}_K$$
$$= \left[\left(r - \frac{\partial \dot{C}(t)}{\partial C(t)}\right)V_{CK} - V_{PCK}\dot{P} - V_{WCK}\dot{W} - V_{CCK}\dot{C} - V_{\beta CK}^{T}\dot{\beta} - V_{\beta K}^{T}\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial C(t)} + 1\right] \tag{8}$$

由於 $dV_{KC}/dt = V_{KCK}\dot{K} + V_{KCP}\dot{P} + V_{KCW}\dot{W} + V_{KCC}\dot{C} + V_{KC\beta}^{T}\dot{\beta}$，重新整理(8)式可以得到下面的微分方程式

$$\frac{dV_{KC}}{dt} + \left[\dot{K}_K - r + \frac{\partial \dot{C}(t)}{\partial C(t)}\right]V_{KC} = 1 - V_{\beta K}^{T}\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial C(t)} \tag{9}$$

我們由(9)式可進一步解得

$$
\begin{aligned}
&V_{KC}\left(K(t),P(t),W(t),C(t),\beta(t)^{T}\right)\\
&=e^{-\int_0^t\left(\dot{K}_K-r+\frac{\partial\dot{C}(\tau)}{\partial C(\tau)}\right)d\tau}\left\{A+\int_0^t\left(1-V_{\beta K}^{T}\frac{\partial\dot{\beta}}{\partial C(\tau)}\right)e^{\int_0^t\left(\dot{K}_K-r+\frac{\partial\dot{C}(\tau)}{\partial C(\tau)}\right)d\tau}d\tau\right\}
\end{aligned}
\tag{10}
$$

(a) 的敘述隱含下列等式

$$\dot{K}_K=r-\frac{\partial\dot{C}}{\partial C(t)}-H\left(1-V_{\beta K}^{T}\frac{\partial\dot{\beta}}{\partial C(t)}\right)$$

令 $\omega(t)=\int_0^t H\left(1-V_{\beta K}^{T}\frac{\partial\dot{\beta}}{\partial C(\tau)}\right)d\tau$ ，因此，$\left(1-V_{\beta K}^{T}\frac{\partial\dot{\beta}}{\partial C(\tau)}\right)=H^{-1}\omega'(\tau)$，代入(10)式可得

$$
\begin{aligned}
V_{KC}\left(K(t),P(t),W(t),C(t),\beta(t)^{T}\right)&=e^{\omega(t)}\left(A+\int H^{-1}\omega'(\tau)e^{-\omega(\tau)}d\tau\right)\\
&=e^{\omega(t)}A-H^{-1}
\end{aligned}
\tag{11}
$$

將 $\left(K(t_0),P(t_0),W(t_0),C(t_0),\beta(t_0)\right)$ 代入(10)式則可得

$$A=e^{-\omega(t_0)}\left(V_{KC}\left(K(t_0),P(t_0),W(t_0),C(t_0),\beta(t_0)^{T}\right)+H^{-1}\right)\quad \text{其中}\quad t_0<t$$

因此

$$
\begin{aligned}
&V_{KC}\left(K(t),P(t),W(t),C(t),\beta(t)^{T}\right)\\
&=e^{\omega(t)-\omega(t_0)}\left(V_{KC}\left(K(t_0),P(t_0),W(t_0),C(t_0),\beta(t_0)^{T}\right)+H^{-1}\right)-H^{-1}
\end{aligned}
$$

由性質 V.4 可知，$r-\frac{\partial\dot{C}}{\partial C}-H\left(1-V_{\beta K}^{T}\frac{\partial\dot{\beta}}{\partial C(t)}\right)<0$，且因 $\frac{\partial\dot{C}(t)}{\partial C(t)}-r<0$，故

$$\omega(t)=\int H\left(1-V_{\beta K}^{T}\frac{\partial\dot{\beta}}{\partial C(t)}\right)d\tau>\int\left(r-\frac{\partial\dot{C}}{\partial C}\right)d\tau=\left(r-\frac{\partial\dot{C}}{\partial C}\right)t$$

當 $\tau\to\infty,\omega(t)\to\infty$。因此，為使 V_{KC} 收斂，對所有的 t 均須滿足下列關係式

$$V_{KC}\left(K(t),P(t),W(t),C(t),\beta(t)^{T}\right)=-H^{-1}$$

(b) $\Rightarrow$ (a)

由(b),

$$V(K(t),P(t),W(t),C(t),\beta(t))=\phi(K(t),P(t),W(t),\beta(t))+\varphi_1(P(t),C(t))+\varphi_2(W(t),C(t))$$
$$+\varphi_3(\beta(t),C(t))-C(t)H^{-1}K(t)$$

因此 $V_{KC}=-H^{-1}$。在 $K(t)=\overline{K}$ 對淨投資函數 $\dot{K}\left(K(t),P(t),W(t),C(t),\dot{\beta}^{T}(t)\right)$ 作泰勒展開可得

$$\dot{K}=\dot{K}\left(\overline{K},P,W,C,\dot{\beta}^{T}\right)+\frac{\partial \dot{K}\left(K(t),P,W,C,\dot{\beta}^{T}\right)}{\partial K(t)}\left(K(t)-\overline{K}\right)$$

由於在長期均衡之時所有變數的變動率（即 $\dot{K},\dot{P},\dot{W},\dot{C}$ 與 $\dot{\beta}$ 等）皆為零，因此

$$\begin{aligned}\dot{K}&=\frac{\partial \dot{K}\left(K(t),P,W,C,\dot{\beta}^{T}\right)}{\partial K(t)}\left(K(t)-\overline{K}\right)\\&=V_{KC}^{-1}\left[\left(r-\frac{\partial \dot{C}(t)}{\partial C(t)}\right)V_{CK}-V_{PCK}\dot{P}-V_{WCK}\dot{W}-V_{CCK}\dot{C}-V_{\beta CK}^{T}\dot{\beta}\right.\\&\qquad\left.-V_{\beta K}^{T}\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial C(t)}+1\right]\left(K(t)-\overline{K}\right)\\&=\left[r-\frac{\partial \dot{C}(t)}{\partial C(t)}-H\left(1-V_{\beta K}^{T}\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial C(t)}\right)\right]\left(K(t)-\overline{K}\right)\end{aligned}$$

上式中之第二個等式是(6)式將 δK 移項至左式的結果，至於第三個等式則是由於 V_{KC} 為一常數矩陣，因此 $V_{KCK}\dot{K}+V_{KCP}\dot{P}+V_{KCW}\dot{W}+V_{KCC}\dot{C}+V_{KC\beta}^{T}\dot{\beta}$ $=dV_{KC}/dt=0$ 的緣故。

由命題 1 可知，當 $V_{KC}=-H^{-1}$ 且 H^{-1} 為一常數，廠商會如適應性加速調

整所預測的，以資本存量與其長期均衡水準差距的某一比例漸次調整；相對地，若廠商以適應性加速調整行為調整資本存量水準，則價值函數 $V(\cdot)$ 亦必具有 $V_{KC}=-H^{-1}$， H^{-1} 為一常數的特性。此外，由調整係數，

$$r-\frac{\partial \dot{C}}{\partial C}-H\left(1-V_{\beta K}^{T}\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial C(t)}\right)$$

我們可以發現，資本存量的調整速度將受學習機能與非靜態價格預期行為（亦即 $V_{\beta K}^{T}\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial C(t)}$ 與 $\frac{\partial \dot{C}(t)}{\partial C(t)}$ 兩項）的影響。

在靜態價格預期的假設下，Epstein (1981)指出，根據下列的等價關係

$$\dot{K}(p,w,c,K(t))=(rN-H(p,w))(K(t)-\overline{K}) \tag{12a}$$

$$V(p,w,c,K(t))=\phi(p,w,c)-c'H^{-1}(p,w)K(t)+\varphi(p,w,K(t)) \tag{12b}$$

準固定要素的調整速度決定於折現率 (r) 以及價值函數對期初資本水準與資本租用價格的二階導數 (V_{KC})，而與適應性加速調整行為一致的函數型態則必須如(12b)中所設定的，即價值函數對期初資本水準以及資本租用價格的二階導數， V_{KC}，必須是除資本租用價格以外任意外在價格參數的函數。此外，(12a)的設定說明在靜態價格預期的架構下，準固定要素的調整係數會隨著外在價格參數的改變而有所不同，也就是說，在不同時點，我們應該會觀察到準固定要素以不同的速度調整至長期均衡的水準。

Luh and Stefanou (1996)在將動態對偶理論的靜態預期假放寬之後，建立以下的等價關係

$$\dot{K}(P(t),W(t),C(t),K(t),t)=\left[rN-H-\frac{\partial\gamma(C(t))}{\partial C(t)}\right](K(t)-\overline{K}) \tag{13a}$$

$$\begin{aligned}&V(P(t),W(t),C(t),K(t),t)\\&=\phi(P(t),W(t),C(t),t)-c'H^{-1}K(t)+\varphi(P(t),W(t),K(t),t)\end{aligned} \tag{13b}$$

(13)式與(12)式有兩個主要的差異。首先，(13a)顯示，當廠商對價格的預期並不是靜態的時候，準固定要素的調整速度除了決定於折現率與V_{KC}以外，亦決定於廠商對於未來資本租用價格的認知，因此，調整係數不僅不是一個常數，而且將同時受到外在參數與廠商價格認知的影響。

其次，在非靜態價格的預期下，(13b)隱含V_{KC}必須是一常數，否則將無法以適應性加速的設定來描述資本的調整行為（見 Luh and Stefanou, 1996）。這個結果說明相較於靜態預期模型，在非靜態預期的模型中，對價值函數的函數型式做較為缺乏彈性的設定是必要的，而其原因就在於 Epstein (1981)的等價關係中，V_{KC}可以是產出價格與變動要素價格的函數，但在非靜態預期之下，Luh and Stefanou (1996)建立的等價關係則限制V_{KC}為一常數，而非p或w的函數。

我們若進一步將(12)、(13)與本文定理一中的(a)與(b)做一比較，則不難發現在學習機能的考量下，隱含適應性加速調整的價值函數之二階導數，V_{KC}，與 Luh and Stefanou (1996)所得的結果一致，必須為一常數；不過，在納入學習機能之後，除了廠商對未知資本價格的認知，廠商考慮新增訊息以修正其對參數的估計亦成為影響資本調整速度的重要因素。

IV、實證模型設定

前節中所提出的理論架構可以一兩階段計量模型進行實證分析。由於在最小平方學習機能的架構下，廠商對變動法則的相關參數估計值將隨著訊息的增加而修正，並在最終收斂至理性預期值，因此，第一階段的計量模型可以廠商達到理性預期的前提下，利用時間序列的計量方法估計出要素與產出價格之變化路徑以及其對應之參數值。第二階段則需先選定價值函數的函數形式，再依據(5)與(6)式求得最小平方學習機能下廠商的最適變動要素與準固定要素需求：

$$\widetilde{L}\left(K(t),P(t),W(t),C(t),\beta(t)^{T}\right)$$
$$=\left(\frac{\partial \dot{W}(t)}{\partial W(t)}-r\right)V_{W}+V_{KW}\dot{K}+V_{PW}\dot{P}+V_{WW}\dot{W}+V_{CW}\dot{C}+V_{\beta W}^{T}\dot{\beta}+V_{\beta}^{T}\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial W(t)}$$

$$\widetilde{I}\left(K(t),P(t),W(t),C(t),\beta(t)^{T}\right)$$
$$=V_{KC}^{-1}\left[\left(r-\frac{\partial \dot{C}(t)}{\partial C(t)}\right)V_{C}-V_{PC}\dot{P}-V_{WC}\dot{W}-V_{CC}\dot{C}-V_{\beta C}^{T}\dot{\beta}-V_{\beta}^{T}\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial C(t)}+K\right]+\delta K$$

最後，將第一階段的估計結果帶入以上的行為方程組，即可進行第二階段計量模型的估測。

根據命題一的推論，當價值函數對期初資本水準以及資本租用價格的二階導數，V_{KC}，為一常數時，廠商會如適應性加速調整所預測的，以資本存量與其長期均衡水準差距的某一比例漸次調整，因此，我們可以下式估計準固定投入的調整係數

$$r-\frac{\partial \dot{C}}{\partial C(t)}-H\left(1-V_{\beta K}^{T}\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial C(t)}\right)$$

上式中之 $\frac{\partial \dot{C}}{\partial C(t)}$ 與 $\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial C(t)}$ 兩項為第一階段利用時序方法估測的結果，而 H 與 $V_{\beta K}^{T}$ 則為第二階段設定價值函數之後，對行為方程組進行估測所得的參數估計值。

V、結　論

Luh and Stefanou (1996)與 Epstein and Denny (1983)將動態生產理論之理論架構擴展至非靜態的價格預期。由於非靜態的價格預期含括了許多目前在文獻中用來描述價格變動的預期結構，因此該類研究不僅克服了動態對偶理論的主要限制，而且將動態理論的研究領域擴展至一個較過去更為一般化的架構。范光中與陸怡蕙(2003)中進一步以廠商逐漸學習成為理性預期的機能作為廠商行為的基礎，重新建構價值函數與生產函數的對偶關係。本文以范光中與陸怡蕙(2003)之理論模型為基礎，討論非靜態預期與學習機能考量下的適應性加速調整行為，由於重點是放在實證分析時扮演重要角色的函數型態，因此，研究結果應可作為未來相關研究進行實證分析時設定模型之參考依據。

本文的命題一說明當 $V_{KC}=-H^{-1}$ 且 H^{-1} 為一常數時，廠商會如適應性加速調整所預測的，以資本存量與其長期均衡水準差距的某一比例漸次調整；相對地，若廠商以適應性加速調整行為調整資本存量水準，則價值函數 $V(\cdot)$ 亦必具有 $V_{KC}=-H^{-1}$， H^{-1} 為一常數的特性，這個結果不僅與 Luh and Stefanou (1996)互相呼應，亦說明在最小平方學習機能的考量下，對價值函數的函數型式做較為缺乏彈性的設定是必要的。此外，由於命題一隱含準固定要素的調整速度並不是固定不變的，廠商對未知價格的認知與其考慮新增訊息以修正對參數的估計均將反應在其追求跨期利潤極大的行為上，因此，實證文獻中準固定要素以固定比例調整至其長期均衡的假設將造成估測上的偏誤。

參考文獻

范光中、陸怡蕙，2003。「動態對偶理論—學習成為理性預期」，『經濟論文』，31卷，4期，541-575。

Bray, M. M., 1982. “Learning, Estimation, and Stability of Rational Expectations,” *Journal of Economic Theory*. 26: 318-339.

Cagan, P., 1956. “The Monetary Dynamics of Hyperinflation,” In *Studies in the Quantity Theory of Money*. Edited by M. Friedman. Chicago: University of Chicago Press.

Chambers, R. G. and R. Lopez, 1984. "A General, Dynamic, Supply-Response Model," *Northeastern Journal of Agricultural and Resource Economics*, 13: 142-154.

Eisner, R. and R. Strotz, 1963. “Determinants of Business Investment,” In *Impacts of Monetary Policy*. Edited by C. Englewood. N.J.: Prentice-Hall, 60-183.

Epstein, L. G., 1981. “Duality Theory and Functional Forms for Dynamic Factor Demands,” *Review of Economic Studies*. 48: 81-95.

Epstein, L. G. and M.G. S. Denny, 1983. “The Multivariate Flexible Accelerator: Its Empirical Restrictions and an Application to U.S. Manufacturing,” *Econometrica*. 51: 647-674.

Howard, W. H. and C. R. Shumway, 1988. “Dynamic Adjustment in the U.S. Dairy Industry,” *American Journal of Agricultural Economics*. 70: 837-847.

Howard, W. H. and C. R. Shumway, 1989. “Nonrobustness of Dynamic Dual Models of the U.S. Dairy Industry,” *Northeastern Journal of Agricultural and Resource Economics*. 18: 18-25.

Jorgenson, D. W., 1963. “Capital Theory and Investment Behavior,” *American Economic Review Papers and Proceedings*. 53, 247-259.

Ljung, L., 1977. “Analysis of Recursive Stochastic Algorithms,” *IEEE Transactions on Automatic Control*. AC-22: 551-575.

Lopez, R. E., 1980. “The Structure of Production and the Derived Demand for Inputs in Canadian Agriculture,” *American Journal of Agricultural Economics*. 62: 38-45.

Lucas, R., 1967. “Optimal Investment Policy and the Flexible Accelerator,” *International Economic Review*. 81: 78-85.

Luh, Y.-H., 1995. "Are Farmers Learning By Doing? Experience in Taiwan," *Review of Agricultural Economics*. 17: 213-227.

Luh, Y.-H. and S. E. Stefanou, 1993. "Learning-By-Doing and the Sources of Productivity Growth: A Dynamic Model with Application to U.S. Agriculture," *Journal of Productivity Analysis*. 4: 353-370.

Luh, Y. H. and S. E. Stefanou, 1996. "Estimating Dynamic Dual Models under Nonstatic Expectations," *American Journal of Agricultural Economics*. 78: 991-1003.

Marcet, A. and T. J. Sargent, 1989a. "Convergence of Least Squares Learning Mechanisms in Self-Referential Linear Stochastic Model," *Journal of Economic Theory*. 48: 337-368.

Marcet, A. and T. J. Sargent, 1989b. "Convergence of Least Squares Learning in Environments with Hidden State Variables and Private Information," *Journal of Political Economy*. 97: 1306-1322.

McLaren, K. and R. Cooper, 1980. "Intertemporal Duality: Application to the Theory of the Firm," *Econometrica*. 48: 1755-1762.

Morrison, C. J., 1985. "On the Economic Interpretation and Measurement of Optimal Capacity Utilization with Anticipatory Expectations," *Review of Economic Studies*. 52: 295-310.

Muth, J. F., 1961. "Rational Expectations and the Theory of Price Movements," *Econometrica*. 29: 315-335.

Nerlove, M., 1958. "Adaptive Expectations and Cobweb Phenomena," *Quarterly Journal of Economics*. 73: 227-240.

Taylor, L and G. Monson, 1985. "Dynamic Factor Demands and the Effects of Energy Price Shocks," *Southern Journal of Agricultural Economics*. 17: 1-9.

Vasavada, U. and V. E. Ball, 1988. "A Dynamic Adjustment Model for U.S. Agriculture: 1948-79," *Agricultural Economics*. 2: 123-137.

Vasavada, U. and R. G. Chambers, 1982. "Testing Empirical Restrictions of the Multivariate Flexible Accelerator in a Model of U.S. Agricultural Investment," Paper presented at the AAEA meeting, Logan, Utah.

Vasavada, U. and R. G. Chambers, 1986. "Investment in U.S. Agriculture," *American Journal of Agricultural Economics*. 68: 950-960.

Learning Mechanism and the Flexible Accelerators

Yir-Hueih Luh and Guang-Jong Fann*

This paper investigates the general functional specification of the value function and the behavior of the flexible accelerators, under nonstatic expectations and learning mechanism. In most empirical studies applying the dual approach, either static or dynamic, choices of functional forms are critically constrained. For investment behavior studies, in particular, the assumption of flexible accelerator has been criticized for the restricted functional specification and the assumed constant rates of adjustments. Based on the extended dynamic dual structure in Fann and Luh(2003), we find that it is inevitable to specify a rigid functional form for the value function. However, instead of adjusting in fixed proportions, quasi-fixed factors adjust in variable proportions that are shaped by firms' expectations and learning behavior.

Keywords: *Least-squares Learning, Flexible Accelerators, Dynamic Duality*

* Yir-Hueih Luh is the corresponding author and professor at the Department of Economics, National Tsing Hua University, Hsin Chu, Taiwan, R.O.C. Guang-Jong Fann is assistant professor at the Department of Economics and Institute of Political Economy, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan, R.O.C.