

# 經濟實證模型函數型態之選擇 ——以臺灣稻作生產函數為例

蔡碩倉、萬鍾汶\*

經濟學者在設立實證模型時，多會面臨函數型態選取的問題。實證函數型態對研究結果影響極大，因為當所選用的函數型態不符合樣本資料特性時，將會導衍出不當的實證推估結果。

函數型態不斷地推陳出新，雖提供研究者更多的選擇，但亦使選擇更加複雜化。近年來，學者一致以伸縮性為函數型態選取的基本要件。雖然許多文獻已提出各種數學上、統計上及理論上的選取實證模型函數型態之準則，但缺乏整合而令人難以適從。

本研究由歷年相關文獻中歸納出選取函數型態應具備的實證及理論準則，前者包括：(1)蒙地卡羅實驗、(2)巢狀檢定、(3)非巢狀檢定；後者為(4)先驗假說檢定。為具體說明應用上述準則選取函數的實際過程與方法，本文特以臺灣稻作生產函數為例，以十二種常見的傳統及具有伸縮性的生產函數型態為對象，首先以實際樣本資料自行配適函數型態的實證選取準則，再輔以理論選取準則為本研究的選取方法。

經實證準則篩選之結果，以 modified resistance, translog 及 generalized Cobb-Douglas 三種函數型態最能符合臺灣稻作生產資料所配適之生產函數。若輔以先驗假說評判，當考量生產函數具有齊質性條件時，generalized Cobb-Douglas 與 translog 函數皆符合臺灣稻作生產技術行為；但在線性齊次性條件要求下，僅 generalized Cobb-Douglas 函數符合此生產條件。

---

\* 作者分別為國立中興大學農業經濟研究所博士班研究生及國立中興中學農業經濟研究所副教授。  
本文文稿審查作業之執行由張靜貞編輯負責。



## 1. 前 言

在實證經濟範疇裡，適當模型的建立乃是分析經濟行為架構準確性之關鍵，因模型為真實現象之縮影，若未能適切將真實現象表達於模型中，則往往會有「失真」的推論。而一「精良」之模型，需依其資料特性架構於適當函數上。然而，一般研究者在面臨對函數型態之選取時，常侷限於「個人習慣」或「流行趨勢」，而採用特定之函數型態，其並非符合資料特性之函數型態。若實證模型建立於一不適當的函數型態，將會直接影響模型推估的偏差，進而導引出不當的推論。

惟「真實函數型態」(true functional form)，並無法確切得知，但追求「適當函數型態」(appropriate functional form)，不應因無法「求真」而理所當然地將其忽略。且若不當之函數型態被誤用，將更偏離真相，而失去原模型建立之意義。

經濟實證函數型態之選擇通常是在建立生產函數 (production function)、利潤函數 (profit function)、成本函數 (cost function) 或需求體系 (demand system) 時所面臨的首要問題。近年來可應用於經濟行為分析的函數型態可謂「百家齊放」蓬勃發展，以生產函數為例，諸如傳統之 Cobb-Douglas; CES (Uzawa, Silberberg); quadratic; square root; Mitscherlich; Spillman; resistance; modified resistance (Heady, Dillon); transcendental (Halter, Carter, Hocking); generalized Leontief (Diewert); translog (Christensen, Jorgenson, Lau); generalized Cobb-Douglas (Fuss, McFadden, Mundlak); generalized quadratic (Denny); generalized power (de Janvry); generalized Box-Cox (Applebaum, Berndt, Khaled); augmented Fourier (Gallant) 等 (Griffin et al., 1987)。

綜上可知，生產函數型態已朝解除參數限制方面演進，亦即函數型態越具伸縮性 (flexibility)。所謂「具伸縮性的函數型態」(flexible functional



form) 是利用漸進方式給予多維空間概念之型態，又可概分為二類。一為 Diewert (1971) 「局部伸縮性」(local flexibility) 函數，又稱 Diewert-flexibility，其定義為漸近函數型態在定義域裡之任意特定點，漸近於任意函數與其一、二階導數。換言之，在此特定點上對函數值及函數之一、二階導數皆無限制。此類函數乃利用泰勒展開級數漸進出真實函數，因此可能僅有一、二階導數漸近於真實函數，亦即函數具有固定之參數數目，故除非所選取之函數型態為真，否則會有偏誤發生。常見具有局部伸縮性的函數有 quadratic、generalized Leontief、translog、generalized Box-Cox 等。由於局部性伸縮函數二階以上的導數仍可能受限制，因此利用資料去配適函數參數的搜尋方式便應運而生，此即為 Gallant (1981) 所提出之「全面伸縮性」(global flexibility) 函數，又稱 Sobolev-flexibility，其特性為函數具有變動之參數數目與一已知邊界，則可依據參數數目與殘差項並利用 Sobolev 準則漸近於任意函數。此類函數的典型代表為 Fourier 伸縮函數。

在面臨繁雜又眾多的函數種類之時，吾人應如何擇優篩選適合所研究問題的函數型態，乃眾所關切的問題。本文旨在探討如何由較客觀的層面來選取適當函數型態，並以臺灣稻作生產函數為例，說明分析適當函數型態之選取過程。

## 2. 相關文獻回顧與研究方法

生產函數常被廣泛應用於分析農業投入與產出間之技術關係。然而在眾多生產函數種類中，欲選出合適研究對象之生產函數並非易事，故經常在相同研究課題下，實證採用的生產函數眾說紛紜。歷年國內的農經研究中，王友釗(1965, 1966)、施耀堂(1967)、何富雄與許文富(1968)、邱依忠與黃麗娟(1980)皆以 Cobb-Douglas 生產函數分析臺灣農業資源生產力與生產技術行為；吳家聲(1977)、莊福典(1982)、李朝賢(1987)、



鄭文治(1988)則採 CES 生產函數分析生產技術行爲；謝明瑞(1988)以 translog 生產函數分析臺灣農業勞動生產力(參見表1)。這些文獻明顯地反映出函數型態發展的趨勢。

Lau (1986) 曾就函數選擇提出三項選取標準：(1)符合理論上的一致性；(2)計算簡單性；(3)具有伸縮性。惟一般研究者在選用 Cobb-Douglas 或 CES 生產函數時，往往僅就簡單性考量，而忽略其已限制替代彈性值為 1 或為固定而不符伸縮性條件。另謝明瑞一文中選用 translog 伸縮函數，雖未限制替代彈性為固定，但在眾多具伸縮性函數中，唯獨偏好 translog 函數，亦有主觀認定的缺點。換言之，理想的函數選取方式應以實際樣本觀察資料，自行配適函數型態與替代彈性等生產技術行爲，才能確切表達生產特性。

函數擇優的問題可從多方面來探討，Griffin 等人(1987)曾歸納出四大類評判準則(criteria)：(1)驗證先驗假說(maintained hypothesis)以檢定函數是否適用；(2)參數估計(parameter estimation)方法是否恰當；(3)考量資料特性(data-specific)以測定資料之配適度與函數對資料是否具有—致性。其檢定方法乃利用巢狀(nested)與非巢狀(nonnested)模型檢定；(4)從應用特性上考量(application-specific)以確定所選取之函數型態與所實證對象其經濟含義是否相符。Thompson (1988)則提出二種選取準則：(1)理論準則：即為函數型態之先驗限制，包括(a)數學展開式(mathematical expansions)，例如 Laurent 或 Fourier 展開式比泰勒展開式更具有漸近特性；(b)可分割性(separability)，可檢測加總的一致性、最適化的連續性與邊際替代關係；(c)由全面正規條件(global regularity conditions)來瞭解函數是否具有凹(凸)性條件與單調轉換(monotonic)特性，以測定函數之曲度狀況。(2)實證準則：包括(a)蒙地卡羅實驗(Monte Carlo studies)用以檢定參數之漸近能力；(b)參數模型分析(parametric modeling)以參數顯著性檢定是否棄卻某特定函數形式；(c)貝氏分析(Bayesian analysis)以事後零散率(posterior odds ratio)使模型更具合理性；(d)非巢狀檢定



(nonnested hypothesis testing) 以檢定不同族群 (family) 函數模式，瞭解函數之適用性。

國內外文獻中以實證準則為函數選取依據者包括：Berndt et al. (1977)；Guilkey and Lovell (1980)；Gallant (1981, 1982)；Guilkey et al. (1983)；Elbadawi et al. (1983)；Rossi (1985)；Chalfat and Gallant (1985)；Adamowicz et al. (1989)；Thompson and Langworthy (1989)；Hansen and Sienknecht (1989)；Doran (1993) 等人；而以理論準則為選取方式者則有：史濟增(1976)、Wales (1977)；Berndt and Khaled (1979)；Cave and Christensen (1980)；Wohlgenant (1984)；Chalfant (1984) 等人。由上述文獻可知，大多數研究者皆僅採用一種函數選取準則作為選取依據，惟此種作法雖可節省估計成本，並避免以多種選取準則所引發之矛盾性，但在無法確知真實函數型態之前題下，應從多方面推敲考量，以獲取更充分訊息作為選取依據。

Giffin 等人及 Thomposon 雖曾歸納出各類函數選取準則，惟皆未明確建議選取準則步驟。基此，本文擬嘗試建立函數選取準則順序，作為選取適當函數型態之依據。基於以實際樣本觀察資料自行配適函數型態為選取原則，首先以實證準則為優先評判準則，再輔以理論準則為最後篩選標準。各準則之內涵如下：

#### 1. 實證準則

- (1) 蒙地卡羅實驗 (Monte Carlo experiments)：測定各選取函數估計參數之穩定性。
- (2) 巢狀 (nested) 與非巢狀 (nonnested) 檢定：測定各選取函數間之一致性與合適性。

#### 2. 理論準則

先驗假說 (maintained hypothesis) 檢定：測定各選取函數潛在假說之存在性。



表 1 應用農業生產函數之相關文獻一覽表

作者 (發表年代)	生產函數型態	函數選擇準則	資料說明	研究內容摘要
王友釗 (1965)	C-D	自行認定	1961 年石門水庫灌溉區 400 戶農家資料	1. 分別推估水稻區、甘藷區、茶區、水稻甘藷區、水稻茶區與混作區之生產函數。 2. 各區之農業生產大體上均屬固定規模報酬。
王友釗 (1966)	C-D	自行認定	1935-62、1952-63 臺灣農業生產資料	1. 分別推估 1935-62 年與 1952-63 年農業生產函數，並比較農業生產技術的技術係數。 2. 農業生產的提高，1/3 係由於勞動與資本投入的增加所致，其餘則歸因於技術進步。
施耀堂 (1967)	C-D	自行認定	1964-65 臺中兩期田秋值間作甘藷甘蔗 14 家樣本農戶	比較在不同自變數與不同內容自變數下，其生產函數間之差異。
范叔欽 (1967)	QD、 LOG、 SR	未比較	U.S. 伊利諾州玉蜀黍生產資料	介紹三種在農業生產上比較適用之生產函數。
何富雄 許文富 (1968)	C-D	自行認定	1965 年 100 戶臺灣記帳農家資料	測定臺灣農業勞動生產力在各種生產資源中之相對地位，並分析影響農業勞動生產力之因子。
史濟增 (1976)	C-D、 TL	1. 傳統參數估計 2. 經濟意義	1964-70 臺灣農業生產資料	1. translog 優於 C-D 生產函數。 2. translog 可提供各種投入因素在不同規模水準下之產出彈性，而 C-D 函數僅具固定規模彈性。

表 1 應用農業生產函數之相關文獻一覽表 (續)

作者 (發表年代)	生產函數型態	函數選擇準則	資料說明	研究內容摘要
吳家聲 (1977)	CES	自行認定	1953-71 臺灣 各級產業生 產資料	1.比較各產業間之技術進 步率。 2.依技術變動類型而言，臺 灣各級產業大都趨向勞 動集約式之技術進步。
邱依忠 黃麗娟 (1980)	C-D	自行認定	1964-70 臺灣 農業生產資 料	以臺灣農業總體資料推估產 量彈性、技術進步率與邊際 替代率。
莊福典 (1982)	CES	自行認定	1951-77 臺灣 農業生產資 料	1.探討資本與勞動生產力 之變遷及其相互間之替 代關係。 2.臺灣農業勞動與資本間 之替代彈性約 0.71。
李朝賢 (1987)	CES	自行認定	1953-86 臺灣 農業生產資 料	以 CES 生產函數測定技術 偏向對勞動生產力及勞動 相對份額之影響。
鄭文治 (1988)	CES	自行認定	1964-86 臺灣 農家記帳報 告之稻作農 家資料	分別針對北、中、南水稻兩 作區推估農家勞動相對份額 變動情形及其變動原因。
謝明瑞 (1988)	TL	自行認定	1978-87 臺灣 農業生產資 料	1.將農業就業者按性別、年 齡、教育程度、從業身分 來代表其勞動異質性。 2.在未考量勞素質變動因 素下，農業就業人口數與 勞動工時有下降趨勢，但 若予以考慮，則勞動投入 與勞動工時反而有上升 情形。

註：C-D: Cobb-Douglas; QD: quadratic; LOG: logarithmic  
SR: square root; TL: translog

根據上述選取準則，本文進而針對臺灣稻作投入及產出之生產面資  
料，進行合適之生產函數型態的篩選。



### 3. 資料說明與實證生產函數類型

本文將稻米設為一種產出及二種投入之生產技術，以實證推估臺灣稻米生產函數，所採用資料的樣本期間為民國四十二年至民國八十一年。其中各實證變數之處理如表 2 所示。

本文將進行實證比較之生產函數類型包括下列十二種：(1) linear; (2) quadratic (QD); (3) generalized Leontief (GL); (4) square root (SR); (5) logarithmic (LOG); (6) Cobb-Douglas (C-D); (7) generalized Cobb-Douglas (G C-D); (8) modified resistance (MR); (9) CES; (10) translog (TL); (11) generalized quadratic (GQ); 及(12) generalized Box-Cox (G B-C) 等。

### 4. 函數選取準則

本節將分別說明各函數選取準則之具體意義及判定方法。

#### 4.1 蒙地卡羅實驗

為瞭解每一函數型態實證後參數推估值之變異狀況，可利用蒙地卡羅抽樣實驗來測定參數之敏感性。在此實驗假設已知真實母體參數  $\beta$  與變異數  $\sigma^2$ ，透過一已知（估計）之設計矩陣 (design matrix) 與由亂數表抽出之殘差項，反覆產生變數  $Y$ ，並進而導求參數向量  $\beta$  (Judge et al., 1988, p. 214)。其實驗程序說明如下：

假設  $Y = X\beta + e$

式中  $Y$  為樣本觀察向量；

$X$  為設計矩陣 (design matrix) ；

$e$  為殘差向量，且  $e \sim N(0, \sigma^2 I)$ 。

首先求算已推估出之  $\hat{Y} = X\beta$ ，再利用由亂數表反覆抽出之殘差項  $e$



表 2 變數資料來源與處理方法

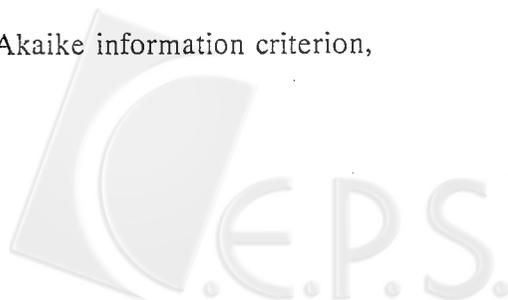
變數名稱	代號	資料來源	處理方法
產量	Y	臺灣稻穀生產費用調整報告	一、二期作平均
勞動	L	臺灣稻穀生產費用調整報告	一、二期作平均
資本	K	臺灣稻穀生產費用調整報告	1.種苗費 + 農藥及材料費 + 肥料費 + 農會費 + 農具費 + 水利費 + 其它投資利息 + 佃租及土地投資利息 + 稅捐 2.一、二期作平均 3.以臺灣農民所付物價指數平減

(服從  $N(0, \sigma^2 I)$ )，加上此隨機誤差項  $e$  即可求出  $Y$ ，意即  $\hat{Y} + e = Y$ 。在已知的樣本觀察值下，可分別求出  $n$  組（實驗次數）不同的參數向量  $\beta$  的最小平方估計量，透過此實驗程序，便可估計出各估計參數  $\beta$  之變異程度。

#### 4.2 巢狀檢定

許多函數型態，特別是具伸縮性函數，可經過某特定轉換程序成爲某其他特定之函數型態；例如 G B-C 函數其參數爲非線性形式，但當其參數漸近於線性形式，則可轉換成九種函數，即 TL ( $\theta = \lambda = 0$ )、CES ( $\nu\theta = \lambda$ ，所有  $\lambda\beta_i = 2\delta_{ii}$ ， $\delta_{ij} = 0$  對所有  $i \neq j$ )、MR ( $\theta = -1/2, \lambda = -1$ ，所有  $\delta_{ii} = 0$ )、C-D ( $\theta = \lambda = 0$ ， $\sum \beta_i = 1$ ，所有  $\delta_{ij} = 0$ )、LOG ( $\theta = 1/2, \lambda = 0$ )、SR 與 GL ( $\theta = \lambda = 1/2$ )、QD 與 linear ( $\theta = 1/2, \lambda = 1$ )。而巢狀檢定便可提供檢驗相同族群函數間關係是否成立。

Akaike (1973) 所提出的訊息準則法 (the Akaike information criterion,



AIC)，常被引用檢定巢狀模型〔註1〕

假設函數為  $Y = X\beta + e = X_1 \cdot \beta_1 + X_2 \cdot \beta_2 + e$

式中  $Y$  為  $(T \cdot 1)$  觀察向量；

$X_1$  為  $(T \cdot K_1)$  非隨機向量，其秩為  $K_1$ ；

$X_2$  為  $(T \cdot K_2)$  非隨機向量，其秩為  $K_2$ ；

$\beta_1$  為  $(K_1 \cdot 1)$  未知參數向量；

$\beta_2$  為  $(K_2 \cdot 1)$  未知參數向量；

$e$  為  $(T \cdot 1)$  殘差向量，且  $e \sim N(0, \sigma^2 I)$ 。

假設  $\beta$  向量中之  $K_2$  為零向量，亦即

$$H_0: R\beta = (0_{K_2 \cdot K_1}, I_{K_2})\beta = 0$$

求算  $\beta_1$  的最大概似值，以使 AIC 為最小，即

$$\text{Minimize } AIC = -\frac{2}{T} \ln(b_1^*|Y) + \frac{2K_1}{T} \quad (1)$$

式中之  $\ln(b_1^*|Y)$  為最大概似函數。當  $R\beta = 0$  時，式(1)可縮簡為

$$\text{Minimize } AIC(R\beta = 0) = \ln \frac{Y'M_1Y}{T} + \frac{2K_1}{T} \quad (2)$$

式(2)中之  $M_1 = I - X_1(X_1'X_1)^{-1}X_1'$ 。

#### 4.3 非巢狀檢定

不同族群函數間之關係可透過非巢狀模型來檢定其優劣。通常非巢狀模型可能發生四種假說檢定結果：①  $H_1$  接受， $H_2$  棄卻、②  $H_1$  接受， $H_2$  接受、③  $H_1$  棄卻， $H_2$  接受、④  $H_1$  棄卻， $H_2$  棄卻。而常用之非巢狀檢定方法有二種：(1) 卡斯檢定 (the Cox test) 與 (2) J 統計值檢定 (the J test, Davidson and Mackinnon, 1981)。本文採較易操作的 J 統計值檢定為測定方法。

假設經濟結構統計模型之假說為



$$\begin{aligned}
 H_1 : Y &= X\beta_1 + e_1 & e_1 &\sim (0, \sigma_1^2 I) \\
 \text{與 } H_2 : Y &= Z\beta_2 + e_2 & e_2 &\sim (0, \sigma_2^2 I)
 \end{aligned}$$

Davidson and Mackinnon 引入一混合參數  $\lambda$  於上述模型內:

$$\text{令 } Y = (1 - \lambda)X\beta_1 + \lambda Z\beta_2 + e \quad (3)$$

以估計值  $Z\hat{\beta}_2 = (I - M_2)Y$  取代未知之  $Z\beta_2$ ，則

$$\begin{aligned}
 Y &= (1 - \lambda)X\beta_1 + \lambda(Z\hat{\beta}_2) + e \\
 &= (1 - \lambda)X\beta_1 + \lambda\hat{Y}_2 + e
 \end{aligned} \quad (4)$$

若  $H_1$  為真，則  $\lambda = 0$ 。

而實證方法為令二函數互為虛無假設，首先迴歸  $H_2$  取得  $Y_2$  預期值  $\hat{Y}_2$ ，再將  $\hat{Y}_2$  帶入  $H_1$  迴歸，以  $t$  值檢定  $\hat{Y}_2$  之顯著性來判斷虛無假設  $H_1$  是否成立。

另 Pesaran (1982) 將其縮減為  $J$  統計檢定量，如果  $H_1$  為真，則

$$J = \hat{\beta}_2' Z' M_1 Y / \hat{\sigma} (\hat{\beta}_2' Z' M_1 Z \hat{\beta}_2)^{1/2} \quad (5)$$

$J$  統計量將漸近於標準常態分配。

#### 4.4 先驗假說檢定

各種函數型態其背後皆隱含有若干的先驗假說，其代表著該函數可能在應用分析時所受的限制程度。一般而言，限制愈少的函數型態愈具伸縮性，因不須搜尋先驗訊息來符合實證前所設立的假說。經濟學對生產函數提出的理論性質包括：

##### (1) 線性齊次性 (linearly homogenous)

生產函數若具有一階齊次特性 (homogenous of degree one)，則該函數即具有線性齊次性。此經濟涵義為若增加投入因素比例，生產量將同

比例隨之增加，且是無邊界的。

$$\text{即 } Y(tK \cdot tL) = t^a \cdot Y(K, L), \quad a = 1。$$

### (2) 齊質性 (homothetic)

齊質性生產函數為線性齊次性生產函數的正單調轉換函數 (positive mono-tonic transformation of function)，其特性為當所有投入因素比例增加，其邊際技術替代率 (marginal rate of technical substitution, MRTS) 維持固定。意即只要投入因素價格不變，產出價值變動將影響最適投入因素水準比例。

$$f(x) = g(h(x)), \quad h(x) \text{ 爲一階齊次函數。}$$

### (3) 凹性 (concavity)

此特性反應出生產的過程，隱含當投入因素水準增加時，產出以遞減比率遞增（或以遞增比率遞減）。從極適化觀點而言，利潤極大化行爲只有在函數為凹性時，才能保證具有極適化行爲。

$$Y = (\alpha K, (1 - \alpha)L) \geq \alpha Y(K, L) + (1 - \alpha)Y(K, L), \quad 0 \leq \alpha \leq 1。$$

各生產函數之待驗證先驗假說條件，綜合整理於表 3。

## 5. 實證分析

本文依各函數型態採不同統計推估方法，其中 C-D、CES、GQ、G B-C 生產函數以非線性方法推估，餘皆以傳統線性迴歸予以推估。其中 C-D 生產函數傳統推估方式乃先將變數對數化後，再以線性方式推估。但此法隱含殘差項與函數主體為「乘項」(multiplicative) 關係，而非「加項」(additive) 關係 (Judge et al., 1985)，頗具爭議性，故本文嘗試以非線性方式予以推估。另非線性估計法常會因不同之起始值 (starting values)

表3 生產函數待驗證先驗假說條件

函數名稱	函數型態	線性齊次性條件	齊質性條件	凹性條件	相關族群函數
linear	$Y = \alpha + \beta_1 L + \beta_2 K$	$H_0: \alpha = 0$	符合	--	
quadratic (QD)	$Y = \alpha + \beta_1 L + \beta_2 K + \delta_1 LK + \delta_2 L^2 + \delta_3 K^2$	$H_0: \alpha = 0$ $\delta_1 = 0$ $\delta_2 = 0$ $\delta_3 = 0$	$H_1: \beta_1 = 0$ $\beta_2 = 0$ 或 $H_2: \delta_1 = 0$ $\delta_2 = 0$ $\delta_3 = 0$	--	linear
generalized Leontief (GL)	$Y = \delta_1 L^{1/2} K^{1/2} + \delta_2 L + \delta_3 K$	符合	符合	$H_1: \delta_1 \geq 0$ $H_2: \delta_2 \geq 0$ $H_3: \delta_3 \geq 0$	
square root (SR)	$Y = \alpha + \beta_1 L^{1/2} + \beta_2 K^{1/2} + \delta_1 L^{1/2} K^{1/2} + \delta_2 L + \delta_3 K$	$H_0: \alpha = 0$ $\beta_1 = 0$ $\beta_2 = 0$	$H_0: \beta_1 = 0$ $\beta_2 = 0$	$H_1: \beta_1 > 0$ $H_2: \beta_2 > 0$ $H_3: \delta_1 \geq 0$ $H_4: \delta_2 \geq 0$ $H_5: \delta_3 \geq 0$	generalized Leontief
logarithmic (LOG)	$Y = \alpha + \beta_1 \ln L + \beta_2 \ln k$	不符合	符合	$H_1: \beta_1 > 0$ $H_2: \beta_2 > 0$	
Cobb-Douglas (C-D)	$Y = \alpha L^{\beta_1} K^{\beta_2}$	$H_0: \beta_1 + \beta_2 = 1$	符合	$H_1: \alpha > 0$ $H_2: 0 < \beta_1 < 1$ $H_3: 0 < \beta_2 < 1$ $H_4: 0 < \beta_1 + \beta_2 < 1$	
generalized Cobb-Douglas (G C-D)	$\ln Y = \alpha + \delta_1 \ln L \left(\frac{L+K}{2}\right) + \delta_2 \ln L + \delta_3 \ln K$	$H_0: \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 1$	符合	--	Cobb-Douglas
modified resistance (MR)	$Y^{-1} = \alpha + \beta_1 L^{-1} + \beta_2 K^{-1} + \delta_1 L^{-1} K^{-1}$	$H_0: \alpha = 0$ $\delta_1 = 0$	$H_0: \delta_1 = 0$	--	
CES	$Y = [\alpha + \beta_1 L^{-\rho} + \beta_2 K^{-\rho}]^{-\nu/\rho}$	$H_0: \alpha = 0$ $\nu = 1$	符合	$H_1: \alpha > 0$ $H_2: \beta_1 > 1$ $H_3: \beta_2 > 1$ $H_4: 0 < \nu < 1$	linear · Cobb-Douglas
translog (TL)	$\ln Y = \alpha + \beta_1 \ln L + \beta_2 \ln K + \delta_1 \ln L \ln K + \delta_2 \ln L \ln L + \delta_3 \ln K \ln K$	$H_0: \beta_1 = 0$ $\beta_2 = 0$ $\delta_1 = 0$ $\delta_2 = 0$ $\delta_3 = 0$	$H_0: \delta_1 = 0$ $\delta_2 = 0$ $\delta_3 = 0$	$H_1: \beta_1 > 0$ $H_2: \beta_2 > 0$ $H_3: \delta_1 > 0$ $H_4: \delta_2 > 0$ $H_5: \delta_3 > 0$	Cobb-Douglas
generalized quadratic (GQ)	$Y = \left[ \begin{array}{l} \beta_1 L^{\delta} \gamma K^{\delta(1-\gamma)} \\ + \beta_2 K^{\delta} \gamma L^{\delta(1-\gamma)} \\ + \beta_3 L^{\delta} \gamma L^{\delta(1-\gamma)} \\ + \beta_4 K^{\delta} \gamma K^{\delta(1-\gamma)} \end{array} \right]^{-\nu/5}$	$H_0: \nu = 1$	符合	$H_1: \beta_1 \geq 0$ $H_2: \beta_2 \geq 0$ $H_3: \beta_3 \geq 0$ $H_4: \beta_4 \geq 0$ $H_5: 0 \leq \gamma \leq 1$ $H_6: \delta \leq 1$ $H_1: \nu \leq 1$	generalized Leontief · CES



表 3 生產函數待驗證先驗假說條件 (續)

函數名稱	函 數 型 態	線性齊次性條件	齊質性條件	凹性條件	相關族群函數
generalized Box-Cox (G B-C)	$Y(\theta) = \alpha + \beta_1 L(\lambda) + \beta_2 K(\lambda)$ $+ \delta_1 L(\lambda)K(\lambda)$ $+ \delta_2 L(\lambda)L(\lambda)$ $+ \delta_3 K(\lambda)K(\lambda)$ <p>where</p> $Y(\theta) = (Y^{2\theta} - 1)/2\theta$ $L(\lambda) = (L^\lambda - 1)/\lambda$ $K(\lambda) = (K^\lambda - 1)/\lambda$	$H_0: \beta_1 + \beta_2 = 2\alpha\lambda + 1$	$H_0: \delta_1 = 0$ $\lambda\beta_1 = 2\delta_2$ $\lambda\beta_2 = 2\delta_3$	--	translog、CES、modified resistance、Cobb-Douglas、logarithmic、square root、generalized Leontief、quadratic、linear

註：本表整理自 Griffin et al. (1987)

而收斂至不同之局部解 (local solution)。本文採用高斯 - 牛頓演算法 (Gauss-Newton) 來尋找具最小殘差平方和之起始值，以期收斂至全面解 (global solution)。

初步檢視各函數推估結果，如〈附表 1〉所示，各估計式之  $R^2$  值皆令人滿意，但參數之顯著性差異頗巨，其中 CES、G B-C 生產函數參數推估係數顯著性不佳，已不具有優良統計估計性質。

### 5.1 蒙地卡羅實驗

由蒙地卡羅實驗可測知各函數參數推估值之敏感穩定度。本文針對各生產函數進行 500 次反覆抽樣實驗，以實證各函數估計參數之變異程度。各抽樣實驗結果整理後列於〈附表 2〉中。由實驗可知，G C-D、MR、CES、TL 等函數其各推估參數抽樣標準差皆在 0.1 以下，表現極佳參數穩定性〔註 2〕，而其中以非線性方式推估之函數（如 MR、CES 函數）居多，推測可能與非線性以漸近方式反覆收斂於最適解有關。



## 5.2 巢狀檢定

本文將各函數區分七大族群函數, 透過巢狀檢定探討各族群函數間之關係。

- (A) quadratic 族群：包括 QD、linear 函數。
- (B) square root 族群：包括 SR、GL 函數。
- (C) generalized Cobb-Douglas：包括 G C-D、C-D 函數。
- (D) CES 族群：包括 CES、linear、C-D 函數。
- (E) translog 族群：包括 TL、C-D 函數。
- (F) generalized quadratic 族群：包括 GQ、CES、GL 函數。
- (G) generalized Box-Cox 族群：包括 G B-C、linear、QD、GL、SR、LOG、C-D、MR、CES、TL 等函數。

各族群巢狀檢定結果整理於〈附表 3〉。經比較 AIC 訊息準則後，A 族群以 QD 函數較佳；B 族群以 SR 函數較佳；C 族群以 G C-D 函數較佳；D 族群以 linear 函數較佳；E 族群以 TL 函數較佳；F 族群以 GL 函數較佳；G 族群則以 MR 函數較佳。

## 5.3 非巢狀檢定

非巢狀檢定可能存在四種假說檢定結果，但若要判斷函數間之優劣，則應篩選符合①  $H_1$  接受， $H_2$  棄卻或②  $H_1$  棄卻， $H_2$  接受，二種假說檢定結果作為評判指標。茲將各檢定結果整理於〈附表四〉。經檢定各不同族群函數間之關係如下〔註 3〕

1. MR 函數優於 linear、GL、LOG、C-D、G C-D、GQ 等函數。
2. SR 函數優於 linear、LOG、C-D、G C-D 等函數。
3. QD 函數優於 GL、C-D、G C-D 等函數。
4. TL 函數優於 linear、GL、GQ 等函數。
5. G C-D 函數優於 GQ 函數。



6. linear 函數優於 C-D 函數。
7. GQ 函數優於 LOG 函數。
8. LOG 函數優於 C-D 函數。
9. CES 函數優於 LOG 函數。
10. G B-C 函數優於 GQ 函數。

其中 GL、C-D 函數相較其它不同族群函數皆處劣勢,其餘函數關係則屬  $H_1$ 、 $H_2$  皆接受或皆棄卻之不可判定假說。

#### 5.4 先驗假說檢定

各生產函數是否具有線性齊次性,從〈附表 5〉檢定結果研判,除 GL 毋須檢定即可判定外,linear、G C-D、CES、GQ 等函數皆通過檢定。此顯示上述函數具有一階齊次特性,其餘函數則否。

另 linear、GL、LOG、C-D、G C-D、CES、GQ 等函數,本身即具齊質性;TL 函數則經檢定具有此特性,其餘函數則棄卻此假說。

凹性檢定方面,除 linear、QD、G C-D、CES、MR、G B-C 等函數無法將其一般化檢定外,僅 CES 函數通過檢定,其餘函數則無法全面通過個別成立條件。

綜觀此檢定結果,linear、GL、G C-D、CES、GQ 等函數具有較佳之模型良好行爲,QD、SR、MR、G B-C 表現較差,LOG、C-D、TL 則仍待其它檢定予以論證。

#### 5.5 綜合評判

各稻作生產函數經過實證與理論準則檢定後,已各自產生不同準則下之質優函數。而如何依據上述各節選取準則所獲取訊息作綜合性評判,將會直接影響最佳函數型態的產生。

基於以實際樣本觀察資料自行配適函數型態為選取函數原則,首先應以實證準則為優先評判標準。此可由國內外文獻中觀察出多數學者僅



採用蒙地卡羅實驗為選取標準。其次再輔以理論準則為依據，因理論準則為函數本身之先驗特性，其代表函數是否具備較佳之模型良好行為，但並非必要條件。舉例而言，許多生產函數都以非齊次性為其要件，但在過去文獻中以非齊次性的生產函數從事實證推定者卻不多見（史濟增，1976），而該文的研究結果，亦給非齊次性的生產定律提供了相當有力的支持。故理論準則應配合實證對象，輔以較切合實際的先驗條件。綜上所述，理想函數型態之選取，可先依蒙地卡羅實驗所產生之質優函數為優先篩選對象，再依據巢狀與非巢狀檢定遴選各相關族群與不同族群間之優勢函數，最後再依據各先驗假說條件做最後總評判。

本文經由蒙地卡羅實驗，首先篩選出具有參數穩定性的 G C-D、MR、TL、CES 等四函數；在巢狀檢定下，上述四函數中，G C-D、MR、TL 分別為 C、G、E 族群函數中的優勢函數，而 CES 於 D、F、G 群函數中並未脫穎而出，可考慮剔除；再經非巢狀檢定評判剩餘的三種不同族群函數，結果顯示 MR 優於 G C-D，MR 與 TL 及 G C-D 與 TL 間無法分辨優劣，故假若三種函數中確實存在一最佳函數，則有下列三種推論：(1)  $MR > G C-D > TL$  [註 4]，(2)  $MR > TL > G C-D$ ，(3)  $TL > MR > G C-D$ ；最後再以先驗假說評判。依先驗假說說評判時，若考量生產函數具有線性齊次性，則僅有 G C-D 符合條件要求；在齊質性條件下，則 G C-D 與 TL 皆符合；而在凹性條件方面，TL 並未通過檢定，其餘二函數為無法予以一般化檢定。茲將各選取準則所篩選出之質優函數及遴選程序整理於表 4。

## 6. 結 論

近來各種生產函數型態不斷地「推陳出新」，顯示傳統的生產函數型態（如 linear, C-D 等）已無法滿足研究者需求，進而推衍出較符實際現況之函數型態。在可選擇的函數種類漸增下，研究者不應再侷限於「個



表 4 稻作生產函數綜合評判結果

評判準則	質優函數	遴選結果
蒙地卡羅實驗	G C-D、MR、TL、CES	G C-D、MR、TL、CES
巢狀檢定	G C-D、MR、TL、GL、linear、SR、QD	G C-D、MR、TL
非巢狀檢定	詳見 5.3 節	① $MR > G C - D > TL$ ② $MR > TL > G C - D$ ③ $TL > MR > G C - D$
先驗假說檢定	①線性齊次性：linear、GL、G C-D、CES、GQ ②齊質性：linear、GL、G C-D、LOG、C-D、CES、GQ、TL ③凹性：CES	①線性齊次性：G C-D ②齊質性：G C-D、TL

人習慣」或「流行趨勢」來選取函數型態，而應善用資料特性，由各種不同的評判角度反覆推敲，才是獲取適當函數型態不二法門。

參酌各相關文獻及實例分析，本研究建議函數選取準則應以實際樣本資料自行配適函數型態為首要原則。換言之，在遴選過程中，實證準則應優先考量，再依實證對象特性，輔以理論準則之選取條件，方能確切選取適當函數型態。

本文利用歷年臺灣稻作生產資料，以(1)蒙地卡羅實驗、(2)巢狀檢定(3)非巢狀檢定、(4)先驗假說檢定等四種評判準則，實證選取「最佳」臺灣稻作生產函數，經(1)、(2)、(3)遴選結果以 modified resistance; translog; generalized Cobb-Douglas 函數型態最能符合臺灣稻作生產資料所配適之生產函數。若進一步以(4)先驗假說評判，當考量生產函數具有齊質性條件時，generalized Cobb-Douglas 與 translog 函數皆符合臺灣稻作生產技術行爲；但在線性齊次性要求下，僅 generalized Cobb-Douglas 函數符合

此生產條件。

由於本文旨在示範如何客觀地選取經濟函數型態，故並未對臺灣稻作生產特性與其技術行為作先驗訊息分析。且為方便比較十二種生產函數，僅以二種投入 (L、K) 與一種產出 (Y) 來簡化臺灣稻作之生產技術行為。惟未來之研究若需深入探討經濟涵義，則函數對生產技術行為變數之表達，宜進一步精細設計，譬如資本之變動投入與固定投入之區分、技術變動因素與政策變數之結構變動因子的引入、甚至臺灣稻作一、二期因生產條件不同，宜分別推估，皆將使稻作生產技術之經濟研究更加完整。

## 附 註

1. 巢狀檢定方法可概分為五大類：(1) classical hypothesis testing framework; (2) residual error sum of squares rules; (3) information criteria; (4) bayes criteria; (5) Stein rules (Judge et al., p.856)。而屬 information criteria 的方法中，常見者為 AIC 與 BIC (Sawa's criteria) 準則法。本文考量計算方便之故，採用 AIC 為巢狀檢定方法。
2. 經比對其它函數蒙地卡羅實驗估得之參數標準差，其離散程度差異極大，故本文以 0.1 為參數變異程度之判斷標準，應屬可接受的範圍。
3. 非巢狀檢定可能發生四種假說檢定結果：①  $H_1$  接受， $H_2$  棄卻、②  $H_1$  棄卻， $H_2$  接受、③  $H_1$  棄卻， $H_2$  棄卻、④  $H_1$  接受， $H_2$  接受。但惟有篩選①或②之檢定結果，方能判別函數間之優劣。現以〈附表五〉中資料加以說明：

①  $H_1$  接受， $H_2$  棄卻：

當  $H_1: MR$ ， $H_2: GC-D$  時， $\lambda$  值之  $t$  統計量為  $-1.470$  (虛無假說  $H_0: \lambda = 0$ ，對立假說  $H_1: \lambda \neq 0$ )，接受  $H_0: \lambda = 0$ ；反之，當  $H_1: GC-D$ ， $H_2: MR$  時， $\lambda$  值之  $t$  統計量為  $-4.04$ ，棄卻虛無假說，意即  $\lambda \neq 0$ 。故可推論 MR 優於 G C-D。



②同理可知  $H_1$  棄卻， $H_2$  接受之檢定結果。

③  $H_1$  棄卻， $H_2$  棄卻：

當  $H_1:MR$ ， $H_2:QD$  時， $\lambda$  值之  $t$  統計量為  $-2.23$ ；當  $H_1:QD$ ， $H_2:MR$  時， $\lambda$  值之  $t$  統計量為  $-2.27$ ；二者皆棄卻  $\lambda=0$  之檢定結果，故無法判別二函數間之優劣。

④  $H_1$  接受， $H_2$  接受：

當  $H_1:MR$ ， $H_2:CES$  時， $\lambda$  值之  $t$  統計量為  $0.2885$ ；當  $H_1:CES$ ， $H_2:MR$  時， $\lambda$  值之  $t$  統計量為  $-0.505$ ；二者皆接受  $\lambda=0$  之檢定結果，故亦無法判別二函數間之優劣。

4.  $MR > GC-D > TL$  文中“>”為「優於」意思，即  $MR$  優於  $GC-D$ 、 $GC-D$  優於  $TL$ 。

## 參考文獻

- 王友釗(1965)「臺灣農業資源生產力之經濟分析」，臺灣土地金融季刊，2：4，19-33。
- (1966)「臺灣農業生產技術之改進與生產函數之測定」，自由中國之工業，25：4，2-8。
- 史濟增(1976)「農場生產函數模式之實證選擇」，經濟論文，4：1，79-103。
- 何富雄、許文富(1968)「臺灣農業勞動生產力之研究」，臺灣銀行季刊，19：4，184-201。
- 李朝賢(1987) 農業技術對勞動使用之影響，國立中興大學農業經濟研究所。
- 吳家聲(1977)「臺灣地區技術進步與經濟發展」，臺灣銀行季刊，28：1，1-31。
- 邱依忠、黃麗娟(1980)「臺灣農業生產函數之測定及其應用」，農業金融論叢，110-121。
- 范叔欽(1967)「農業生產比較適用的幾個生產函數」，臺灣土地金融季刊，



4:3, 35-44.

施耀堂(1967)「農業生產函數中變數問題之商榷」, 臺灣土地金融季刊, 4:3, 73-76.

莊福典(1982)「臺灣農業勞動與資本間代替關係之探討」, 農業金融論叢, 7, 67-80.

鄭文治(1988) 臺灣稻作農家勞動相對份額之研究 - 記帳農家個案, 國立中興大學農業經濟研究所碩士論文。

謝明瑞(1988) 臺灣農業勞動生產力的經濟分析, 國立中興大學農業經濟研究所博士論文。

Adamowicz, W. L., J. J. Fletcher and T. Graham-Thomasi (1989) "Functional Form and the Statistical Properties of Welfare Measures," American Journal of Agricultural Economics, 71, 414-21.

Appelbaum, E. (1979) "On the Choice of Flexible Functional Forms," International Economic Review, 20, 449-57.

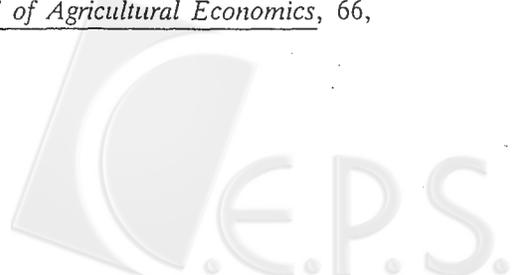
Bernt, E. R., M. N. Darrough and W. E. Diewert (1977) "Flexible Functional Form and Expenditure Distribution: An Application to Canadian Consumer Demand Functions," International Economic Review, 18, 651-75.

Bernt, E. R. and M. S. Khaled (1977) "Parametric Productivity Measurement and Choice among Flexible Functional Forms," Journal of Political Economic Review, 18, 651-75.

Caves, D. W. and L. R. Christense (1980) "Global Properties of Flexible Functional Forms," American Economic Review, 70, 422-32.

Chalfant, J. A. and A. R. Gallant (1985) "Estimating Substitution Elasticities with the Fourier Cost Function - Some Monte Carlo Results," Journal of Econometrics, 28, 205-22.

\_\_\_\_\_ (1984) "Comparison of Alternative Functional Forms with Applications to Agricultural Input Data," American Journal of Agricultural Economics, 66,



216-20.

Doran, H. (1993) "Testing Nonnested Models," *American Journal of Agricultural Economics*, 75, 95-103.

Elbadawi, I., A. R. Gallant and G. Souza. (1983) "An Elasticity Can Be Estimated Consistently Without A Priori Knowledge of Functional Form," *Econometrica*, 51, 1731-51.

Gallant, A. R. (1981) "On the Bias in Flexible Functional Forms and An Essentially Unbiased Form," *Journal of Econometrics*, 15, 211-15.

——— (1982) "Unbiased Determination of Production Technologies," *Journal of Econometrics*, 20, 285-323.

Griffin, R. C., J. M. Montgomery and M. E. Rister (1987) "Selecting Functional Form in Production Analysis," *Western Journal of Agricultural Economics*, 12, 216-27.

Guilkey, D. K. and C. A. K. Lovell (1980) "On the Flexibility of the Translog Approximation," *International Economic Review*, 21, 137-47.

Guilkey, D. K. and R. C. Sickles (1983) "A comparison of the Performance of Three Flexible Functional Forms," *International Economic Review*, 24, 591-616.

Hansen, G. and H. P. Sienknecht (1989) "A Comparison of Demand System—A Case Study for West-Germany," *Western Journal of Agricultural Economics*, 14, 43-61.

Judge, G. G., W. E. Griffiths, R. C. Hill, H. Lutkepohl and T. C. Lee (1985) *The Theory and Practice of Econometrics*, 2nd ed. New York: John Wiley & Sons.

——— (1985) *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*, 2nd ed. New York: John Wiley & Sons.

Lau, L. J. (1986) "Functional Forms in Econometric Model Building," *Handbook of Econometrics*, Z. Griliches and M. D. Intriligator eds., Vol. III, Amsterdam: North-Holland Publishing Co.



- Rossi, P. E. (1985) "Comparison of Alternative Functional Forms in Production," Journal of Econometrics, 30, 345-61.
- Thompson, G. D. and M. Langworthy (1986) "Profit Function Approximations and Duality Applications to Agriculture," American Journal of Agricultural Economics, 71, 791-98.
- (1988) "Choice of Flexible Functional Forms: Review and Appraisal," Western Journal of Agricultural Economics, 13, 169-83.
- Wales, T. J. (1977) "On the Flexibility of Flexible Functional Forms," Journal of Econometrics, 5, 183-93.
- Wohlgenant, M. K. (1984) "Conceptual and Functional Form Issues in Estimating Demand Elasticities for Food," American Journal of Agricultural Economics, 66, 211-15.



附表 1 各生產函數參數推估結果

函數	$\alpha$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\rho$	$\nu$	$\gamma$	$R^2$ (D.W.)
linear	871.87 (1.612)	0.6035 (3.331)*	5.8788 (8.633)*									0.9639 (1.4695)
QD	10751 (1.815)	-7.5855 (-1.991)*	-13.329 (-0.9176)			0.00767 (1.704)	0.00170 (2.639)*	0.00951 (1.309)				0.9710 (1.5915)
GL						-0.89196 (-0.7028)	1.124 (3.045)*	7.6529 (7.901)*				0.9622 (1.4686)
SR	30871 (1.719)	-917.83 (-2.114)*	-1236.5 (-1.289)			19.846 (1.729)	7.3622 (2.730)*	17.667 (1.346)				0.9708 (1.5273)
LOG	-12662 (-3.897)*	479.88 (2.143)*	2247.5 (7.141)*									0.9606 (1.6765)
C-D	94.121 (1.8045)	0.09431 (2.774)*	0.5206 (9.8176)									
G C-D	3.3682 (4.446)*	-0.07502 (-1.945)*	0.01473 (1.067)			0.66432 (2.156)*	-0.29817 (-1.524)	0.43178 (5.492)*				0.9681 (1.4664)
MR	0.00016 (5.909)*					54.445 (2.263)*						0.9678 (1.5507)
CLES	-0.092657 (-0.0926)	0.09796 (0.09796)	0.09545 (0.09545)						0.90488 (0.90488)	0.09342 (0.09342)		
TL	68.661 (1.999)*	-9.8692 (-2.135)*	-8.9243 (-1.485)			0.69506 (1.638)	0.40414 (2.681)*	0.36898 (1.414)				0.9724 (1.3862)
GQ	-0.10809 (-1.1714)		0.73326 (4.1986)	1.321 (1.6323)	-0.3526 (-1.1305)	0.22259 (7.3145)*					2.4037 (2.2305)*	
G B-C	22779 (1.148)	-6.36290 (-1.583)	-0.88064 (-0.0474)			0.00167 (1.097)	0.00047 (2.667)*	0.00074 (0.1967)				0.9652

註：(1) 表內各函數推估參數對照表 3，各推估參數在各函數間非屬同一參數項。  
 (2) 括號內為 t 統計量，\* 表示  $\alpha = 0.05$  水準下顯著。

附表 2 蒙地卡羅實驗結果

抽樣次數：500 次

函 數	估計參數	估 計 值	蒙地卡羅實驗	
			抽樣平均數	抽樣標準差
linear	$\alpha$	871.8	-84.413	40,089
	$\beta_1$	0.6035	0.85109	12.754
	$\beta_2$	5.8788	7.2229	49.639
殘差變異數	$\sigma^2$	13,212	$0.167 \times 10^9$	$0.387 \times 10^8$
QD	$\alpha$	10,751	-42,225	$0.551 \times 10^6$
	$\beta_1$	-7.5855	25.011	352.00
	$\beta_2$	-13.329	122.03	1,354
	$\delta_1$	$0.767 \times 10^{-2}$	$-0.338 \times 10^{-1}$	0.41782
	$\delta_2$	$0.170 \times 10^{-2}$	$-0.320 \times 10^{-2}$	$0.580 \times 10^{-1}$
	$\delta_3$	$0.951 \times 10^{-2}$	$-0.768 \times 10^{-1}$	0.85479
殘差變異數	$\sigma^2$	11573	$0.2612 \times 10^9$	$0.301 \times 10^8$
GL	$\delta_1$	-0.89196	-6.2591	70.487
	$\delta_2$	1.124	2.7693	20.331
	$\delta_3$	7.6529	11.473	54.345
殘差變異數	$\sigma^2$	13852	$0.186 \times 10^9$	$0.472 \times 10^8$
SR	$\alpha$	30871	$-0.111 \times 10^6$	$0.473 \times 10^7$
	$\beta_1$	-917.83	2,190	35411
	$\beta_2$	-1236	6,974	79482
	$\delta_1$	19.846	-71.308	938.76
	$\delta_2$	7.3622	-9.1911	215.34
	$\delta_3$	17.667	-100.22	1,108
殘差變異數	$\sigma^2$	11633	$0.129 \times 10^9$	$0.326 \times 10^8$
LOG	$\alpha$	-12662	-14725	$0.189 \times 10^6$
	$\beta_1$	479.88	506.14	12,546
	$\beta_2$	2,247	2,549	17,121
殘差變異數	$\sigma^2$	14411	$0.203 \times 10^9$	$0.442 \times 10^8$
C-D	$\alpha$	94.121	561,136	$0.53561 \times 10^6$
	$\beta_1$	0.09438	-2.0565	6.5267
	$\beta_2$	0.52060	-0.88551	6.7418
殘差變異數	$\sigma^2$	34448	$0.111 \times 10^{10}$	$0.5201 \times 10^9$
G C-D	$\alpha$	3.3682	3.3675	$0.118 \times 10^{-1}$
	$\delta_1$	0.66432	0.66427	$0.297 \times 10^{-2}$
	$\delta_2$	-0.29817	-0.29810	$0.256 \times 10^{-2}$
	$\delta_3$	0.43178	0.43185	$0.849 \times 10^{-3}$

附表2 蒙地卡羅實驗結果

抽樣次數：500次（續）

函 數	估計參數	估 計 值	蒙地卡羅實驗	
			抽樣平均數	抽樣標準差
殘差變異數	$\sigma^2$	$0.660 \times 10^{-3}$	$0.427 \times 10^{-6}$	$0.106 \times 10^{-6}$
MR	$\alpha$	$0.160 \times 10^{-3}$	$0.160 \times 10^{13}$	$0.780 \times 10^{-10}$
	$\beta_1$	$-0.750 \times 10^{-1}$	$-0.750 \times 10^{-1}$	$0.150 \times 10^{-6}$
	$\beta_2$	$0.147 \times 10^{-1}$	$0.147 \times 10^{-1}$	$0.488 \times 10^{-7}$
	$\delta_1$	54.445	54.445	$0.100 \times 10^{-3}$
殘差變異數	$\sigma^2$	$0.377 \times 10^{-10}$	$0.137 \times 10^{-20}$	$0.32468 \times 10^{-21}$
CES	$\alpha$	$-0.926 \times 10^{-1}$	1	$0.501 \times 10^{-7}$
	$\beta_1$	$0.979 \times 10^{-1}$	0.1	$0.352 \times 10^{-7}$
	$\beta_2$	$0.954 \times 10^{-1}$	0.1	$0.420 \times 10^{-8}$
	$\rho$	0.904	0.9	$0.241 \times 10^{-7}$
	$\nu$	$0.934 \times 10^{-1}$	0.1	$0.231 \times 10^{-8}$
	殘差變異數	$\sigma^2$	$0.200 \times 10^{-8}$	$0.398 \times 10^{-15}$
TL	$\alpha$	68.661	68.683	0.610
	$\beta_1$	-9.8692	-9.8725	$0.829 \times 10^{-1}$
	$\beta_2$	-8.9243	-8.9277	0.105
	$\delta_1$	0.69506	0.69531	$0.747 \times 10^{-2}$
	$\delta_2$	0.40414	0.40426	$0.266 \times 10^{-2}$
	$\delta_3$	0.36898	0.36911	$0.463 \times 10^{-2}$
	殘差變異數	$\sigma^2$	$0.603 \times 10^{-3}$	$0.346 \times 10^{-6}$
GQ	$\beta_1$	-0.10809	45.581	131.56
	$\beta_2$	0.3326	75.876	210.27
	$\beta_3$	1.3210	-59.297	174.71
	$\beta_4$	-0.3526	-58.555	163.62
	$\delta$	0.22259	0.48007	0.45722
	$\nu$	0.99765	1.0624	1.5376
	$\gamma$	2.4037	17.897	41.979
	殘差變異數	$\sigma^2$	18,655	$0.109 \times 10^{36}$
G B-C	$\alpha$	22,779	$-0.111 \times 10^6$	$0.117 \times 10^9$
	$\beta_1$	-6.3629	$-0.782 \times 10^8$	$0.182 \times 10^{10}$
	$\beta_2$	-0.88064	$-0.206 \times 10^9$	$0.257 \times 10^{10}$
	$\delta_1$	$0.163 \times 10^{-2}$	$0.719 \times 10^8$	$0.104 \times 10^{10}$
	$\delta_2$	$0.479 \times 10^{-3}$	$0.342 \times 10^7$	$0.405 \times 10^9$
	$\delta_3$	$0.743 \times 10^{-3}$	$0.669 \times 10^8$	$0.766 \times 10^9$
殘差變異數	$\sigma^2$	$0.291 \times 10^6$	$0.712 \times 10^{11}$	$0.261 \times 10^{11}$

附表 3 巢狀檢定結果

族群	函數名稱	AIC
A	QD	$\Delta 13278.29$
	linear	14198.83
B	SR	$\Delta 13347.03$
	GL	14928.86
C	G C-D	$\Delta 0.7257922 \times 10^{-3}$
	C-D	$0.1378706 \times 10^{10}$
D	CES	$0.5161991 \times 10^{15}$
	linear	$\Delta 14198.83$
	C-D	$0.1378706 \times 10^{10}$
E	TL	$\Delta 0.6920369 \times 10^{-3}$
	C-D	$0.1378706 \times 10^{10}$
F	GQ	$0.8791939 \times 10^{11}$
	CES	$0.5161991 \times 10^{15}$
	GL	$\Delta 14928.86$
G	G B-C	334751
	linear	14198.83
	QD	13278.29
	GL	14928.86
	SR	13347.03
	LOG	15487.29
	C-D	$0.1378706 \times 10^{10}$
	MR	$\Delta 0.4150350 \times 10^{-10}$
	CES	$0.5161991 \times 10^{15}$
	TL	$0.6920369 \times 10^{-3}$

註： $\Delta$ 表各族群函數中具有最小值之 AIC。



附表 4 非巢狀檢定結果

$H_2$ / $H_1$	linear	QD	GL	SR	LOG	C-D	G C-D	MIR	CES	T/L	GO	G B-C
linear	-	-	3.350*	5.034*	3.139*	0.1725	3.396*	-3.62*	-	4.304*	1.104	-
QD	-	-	1.404	2.714*	1.969*	0.5130	1.577	-2.27*	0.5855	2.365*	0.4831	-
GL	3.436*	4.924*	-	-	4.126*	2.117*	4.104*	-4.72*	0.2854	5.001*	-	-
SR	1.129	3.533*	-	-	1.657	0.2918	1.356	-2.46*	0.9821	3.255*	0.0096	-
LOG	5.326*	7.345*	5.333*	6.946*	-	0.9574	6.295*	-5.55*	-2.14*	7.046*	2.643*	-
C-D	13.34*	9.397*	9.919*	11.15*	10.31*	-	-	-11.5*	-	-	7.183*	-
G C-D	2.203*	3.840*	2.184*	3.866*	2.855*	-	-	-4.04*	0.3938	4.190*	-0.667	2.950*
MIR	-1.08	-2.23*	-1.067	-2.43*	-1.432	-0.096	-1.470	-	0.2885	-2.74*	0.4095	-
CES	-	0.0994	0.0994	0.0994	0.0994	-	-0.029	-0.505	-	-0.029	-	-
LOG	1.734	3.163*	1.711	3.479*	2.584*	-	1.963*	-3.11*	-0.078	-	0.0873	-
GO	0.6195	-0.066	-	-0.967	1.1164	-4.38*	-3.20*	-2.824*	-	-7.87*	-	-10.7*
G B-C	-	-	-	-	-	-	2.327*	-	-	-	-1.087	-

註：(1) 表內為  $\lambda$  值之 t 統計量，\* 表示  $\alpha = 0.05$  水準下顯著。

(2) "-" 為同族群函數關係。

附表 5 先驗假說檢定結果

函數名稱	線生齊次性檢定	齊質性檢定	凹性檢定
linear	2.597	符合	-
QD	11.590*	$H_1 : 14.252^*$ $H_2 : 10.569^*$	-
GL	符合	符合	$H_1 : 0.494$ $H_2 : 9.273^*$ $H_3 : 62.425^*$
SR	10.061*	8.826*	$H_1 : 4.468^*$ $H_2 : 1.661$ $H_3 : 2.988$ $H_4 : 7.451^*$ $H_5 : 1.813$
LOG	不符合	符合	$H_1 : 4.594^*$ $H_2 : 50.989^*$
C-D	20.364*	符合	$H_1 : 3.260$ $H_2 : 709.542^*$ $H_3 : 81.733^*$ $H_4 : 20.364^*$
G C-D	2.978	符合	-
MR	43.356*	5.119*	-
CES	0.830	符合	$H_1 : 0.0085$ $H_2 : 0.0096$ $H_3 : 0.0091$ $H_4 : 0.8219$
TL	8.358*	3.414	$H_1 : 4.559^*$ $H_2 : 2.207$ $H_3 : 2.682$ $H_4 : 7.186^*$ $H_5 : 1.999$
GQ	0.00029	符合	$H_1 : 1.372$ $H_2 : 17.628^*$ $H_3 : 2.664$ $H_4 : 1.278$ $H_5 : 1.697$ $H_6 : 652.62^*$ $H_7 : 0.288$
G B-C	$0.15 \times 10^{17}^*$	83.087*	-

註：(1)表內為  $x^2$  統計量，\* 表示  $\alpha = 0.05$  水準下顯著。  
 (2)“-”表無法一般化表達。



## Selecting Functional Form for Empirical Economic Model —The Case of Taiwan Rice Production Function

Shuo-Tsang Tsai and Joyce Jong-Wen Wann

Department of Agricultural Economics, National Chung Hsing University

Choosing appropriate functional forms is a crucial task for empirical economists in model building. Unfavorable estimation results are usually generated from functions which are not suitable for the characteristics implied by sampling data. The growing number of available functional forms provide model builders not only a wider set to choose from but also complication in selection. Recently, the notion of flexibility has become the principle of explicitly choosing for functional forms. Although selection criteria based on mathematical, statistical, and theoretical properties have been proposed by numerous studies, they are very difficult to implement for lack of integration.

This study provided a sequential selection process for empirical model building in which three empirical criteria: (1) Monte Carlo experiments; (2) nested hypothesis testing; (3) nonnested hypothesis testing, as well as a theoretical criterion, (4) maintained hypothesis test are combined. An empirical example of choosing production functional form for Taiwan's rice industry was also provided in this paper. Twelve functions consisting the most traditional and locally flexible forms were compared based on the criteria suggested above.

The modified resistance, translog, and generalized Cobb-Douglas forms were found to fit the rice production data better than others as judged by empirical selection criteria. To determine which form is superior, theoretical properties of production were then taken into consideration. The test results showed that both generalized Cobb-Douglas and translog were consistent with the homothetic hypothesis, while only the generalized Cobb-Douglas met the conditions of homogeneity.

